



# Développement et validation d'un modèle aux éléments discrets de comportement du béton sous chargement dynamique

Ahmad Omar

## ► To cite this version:

Ahmad Omar. Développement et validation d'un modèle aux éléments discrets de comportement du béton sous chargement dynamique. Matériaux. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. NNT : 2015GREAI014 . tel-01179626

**HAL Id: tel-01179626**

**<https://theses.hal.science/tel-01179626>**

Submitted on 23 Jul 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **MATERIAUX, MECA, GENIE CIVIL, ELECTROCHIMIE**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Ahmad OMAR**

Thèse dirigée par **Laurent DAUDEVILLE**

codirigée par **Philippe MARIN**

préparée au sein du **Laboratoire Sols-Solides-Structures-Risques**  
dans l'**École Doctorale IMEP2**

# Développement et validation d'un modèle aux éléments discrets de comportement du béton sous chargement dynamique

Thèse soutenue publiquement le **31 Mars 2015**,  
devant le jury composé de :

**Mr. Fabrice GATUINGT**

Professeur, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Président

**Mr. Alain MILLARD**

Ingénieur de Recherche, CEA, Rapporteur

**Mr. Patrice COOREVITS**

Professeur, Université de Picardie Jules Verne, Rapporteur

**Mr. Sergueï POTAPOV**

Ingénieur de Recherche, EDF, Examineur

**Mr. Laurent DAUDEVILLE**

Professeur, Université de Joseph Fourier, Directeur de thèse

**Mr. Philippe MARIN**

Maître de conférence, INP Grenoble ; Co-encadrant





---

## Remerciements

---

Comme le veut la tradition, je vais tenter de satisfaire au difficile exercice de la page des remerciements, peut-être la tâche la plus ardue de ces années de thèse. Il est l'heure de remercier tous les personnes en qui j'ai trouvé un soutien que ce soit les collègues de laboratoire et d'ailleurs par leurs remarques qui m'ont fait progresser, ou les amis qui sont une source de bonheur intense et nécessaire.

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement et exprimer ma reconnaissance à Laurent DAUDEVILLE et Philippe MARIN de m'avoir accompagné pendant ces années. Ils m'ont témoigné de leur confiance, de leur aide scientifique, et qui par leurs compétences m'aidé à accomplir ce travail....encore un grand merci !!

J'exprime aussi ma profonde gratitude à Monsieur Fabrice GATUINGT de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. Merci également à Monsieur Alain MILLARD et Monsieur Patrice COOREVITS pour avoir bien voulu accepter d'être rapporteurs.

Je remercie aussi Monsieur Serguei POTAPOV pour avoir accepté d'être examinateur de ce mémoire, ainsi pour son aide et son regard critique pendant ces trois années et qui ont permis de faire avancer le projet.

Merci à Vincent FAUCHER du CEA pour m'avoir aidé pour la programmation dans Europlexus, ainsi qu'à Aurélien MASUREL avec lequel j'ai fait un travail collaboratif de recherche.

J'adresse de chaleureux remerciements à tous les membres du laboratoire 3SR que j'ai côtoyé durant mon travail, permanents, doctorants ou stagiaires.

Mes remerciements vont aussi à des personnes qui m'ont vraiment marqué durant ma thèse. Un spécial merci à mon ami, collègue et voisin, Moustafa. Merci à Donia, Nouha, Marco, Sophie, Maxime, Stiven, Timos, Hashem, Victoria, Eleni, Audrey, Benjamin, Gustave, Florent, Stéphane, Cino, Frédéric, Abdallah, Karim. Merci pour les bons moments.

Cela va de soi, je remercie évidemment ma famille pour son irremplaçable et inconditionnel soutien. Ils ont été présents pour écarter les doutes, soigner les blessures et partager les joies.





---

## Résumé

---

Ce travail concerne l'analyse de la vulnérabilité des structures de protection et des ouvrages sensibles en béton soumis à des actions dynamiques sévères (impacts, explosions) dues à des risques anthropiques d'origine accidentelle ou non. L'objet est la mise au point d'outils prévisionnels de simulation capables de décrire de manière objective le comportement dynamique du béton. Pour cela, une approche numérique novatrice reposant sur la méthode des Eléments Discrets (MED) est développée.

Une première partie de cette thèse concerne la simulation des essais quasi-statiques de compression et traction uniaxiales. Une loi de transfert de moment (LTM) a été introduite pour pallier au problème de fragilité en compression simple. Ensuite, la procédure d'identification des paramètres du modèle modifié a été optimisée pour bien reproduire le comportement macroscopique du béton. Enfin, le modèle a été validé en représentant correctement le comportement quasi-statique de plusieurs types de béton.

La deuxième partie du travail traite la simulation des essais de traction dynamique du béton aux barres de Hopkinson. Les résultats ont montré la nécessité de prendre l'effet de vitesse de déformation dû au matériau pour bien reproduire le comportement expérimental. Ensuite, Les paramètres du modèle permettant de reproduire cet effet de vitesse ont été identifiés. Enfin, des essais avec des taux de déformation très élevés ont été simulés et les résultats numériques ont été en accord avec le comportement observé expérimentalement.

**Mots clés:** Méthode des éléments discrets, béton, impact, dynamique, effet de vitesse.



---

## Abstract

---

This work concerns the analysis of the vulnerability of sensitive concrete structures subjected to severe dynamic actions such as impacts due to natural hazards or human factors. The object is to develop a numerical tool that can describe objectively the dynamic behaviour of concrete. Then, a 3D discrete element method (DEM) was developed and used to perform the analysis.

The first part of this thesis focuses on the simulation of quasi-static uniaxial compression and traction tests. A moment transfer law (MTL) was introduced to overcome the problem of brittle compressive behavior. Then, the identification procedure of the modified DEM model has been optimized in order to reproduce very well the macroscopic behaviour of concrete. Finally, the model has been validated by representing properly the real quasi-static behavior of different types of concrete.

The second part of the study deals with the simulation of the dynamic Hopkinson traction bar tests of concrete. The results showed that a local rate effect has to be introduced to reproduce the strain rate dependency, which would then be a material-intrinsic effect. Then, the parameters of the model have been identified. Finally, simulations were run at high strain rates and showed consistent results with respect to experimental behaviour.

**Keywords:** Discrete Element Method, concrete, impact, dynamic, strain rate dependency.



---

## Table des matières

---

<b>Remerciements .....</b>	<b>i</b>
<b>Résumé.....</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>vii</b>
<b>Table des figures .....</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 - Etude bibliographique .....</b>	<b>5</b>
1.1 Caractérisation des impacts en dynamique des structures.....	5
1.1.1 Classification des types d'impacts .....	5
1.1.2 Références expérimentales d'impact sur les ouvrages en béton .....	8
1.2 Béton.....	14
1.2.1 Constituants .....	14
1.2.2 Comportement quasi-statique.....	15
1.2.2.1 Compression simple .....	15
1.2.2.2 Essais de traction .....	18

1.2.2.3	Essai triaxial .....	21
1.2.3	Comportement dynamique .....	24
1.2.3.1	les essais de compression .....	25
1.2.3.2	les essais de traction.....	27
1.2.3.3	L'effet de vitesse .....	34
1.3	Outils numériques.....	39
1.3.1	Méthodes continues .....	39
1.3.2	Méthodes discrètes.....	41
2.3.3	Couplage ED/EF.....	46
1.4	Synthèse.....	48
<b>CHAPITRE 2 - Méthode des éléments discrets .....</b>		<b>51</b>
2.1	Principe de la méthode .....	51
2.2	Génération du maillage ED .....	53
2.2.1	Les méthodes de génération.....	53
2.2.2	Vérification du maillage.....	57
2.3	Gestion des interactions .....	59
2.3.1	Types d'interactions.....	59
2.3.2	Recherche des interactions.....	61
2.4	Les équations de la MED.....	62
2.4.1	Elasticité linéaire.....	62
2.4.2	Correction de la masse des ED.....	65
2.4.3	Cycle de calcul de la MED.....	65
2.4.4	Calcul des forces d'interactions locales.....	67
2.4.5	Lois de comportement non linéaires locales .....	70
2.4.6	Stabilité du schéma d'intégration temporelle .....	71
2.5	Conclusion.....	72
<b>CHAPITRE 3 - Validation du modèle en quasi-statique .....</b>		<b>75</b>
3.1	Choix d'une finesse représentative .....	76
3.2	Pilotage des essais de compression et traction uniaxiales.....	78

3.3	Elasticité .....	80
3.3.1	Coordinance .....	80
3.3.2	Calcul du coefficient de Poisson.....	81
3.3.2.1	Méthode globale .....	81
3.3.2.2	Méthode locale .....	82
3.3.3	Résultats .....	82
3.3.4	Identification des raideurs locales.....	83
3.3.5	Conclusion .....	88
3.4	Non linéarité .....	88
3.4.1	Simulation d'un essai de compression simple.....	88
3.4.2	Augmentation de la coordinance .....	92
3.4.3	Loi de Transfert de Moment (LTM).....	94
3.4.3.1	Introduction .....	94
3.4.3.2	Définition du roulement entre deux éléments .....	96
3.4.3.3	Calcul du moment de roulement.....	99
3.4.3.4	Calcul de la raideur et du seuil plastique de roulement .....	101
3.4.3.5	Identification linéaire du modèle.....	103
3.4.3.6	Identification non linéaire du modèle .....	105
3.4.3.7	Influence de la taille des éléments.....	110
3.5	Conclusion.....	112
<b>CHAPITRE 4 - Modélisation des essais de traction dynamique du béton</b>		<b>115</b>
4.1	Données expérimentales.....	117
4.2	Modélisation numérique des essais d'écaillage aux barres de Hopkinson..	119
4.2.1	Maillage.....	119
4.2.2	Fréquence de coupure .....	121
4.2.3	Résultats .....	123
4.2.4	Modélisation de l'effet de vitesse en traction.....	127
4.3	Conclusion.....	137
<b>Conclusions et Perspectives .....</b>		<b>141</b>
<b>Bibliographie .....</b>		<b>147</b>





---

## Table des figures

---

Figure 1.1 - système masse- ressort à deux degrés de liberté [CEB, 1988].....	6
Figure 1.2 - Impact mou [CEB, 88].....	6
Figure 1.3 - Impact dur [CEB, 1988] .....	7
Figure 1.4 - Classification des impacts [Kœchlin et Potapov, 2009] .....	8
Figure 1.5 - Configuration d'un impact accidentel sur une centrale nucléaire .....	9
Figure 1.6 - Fonction de chargement [Bangash, 1993] .....	10
Figure 1.7 - Effets d'impact sur la dalle en béton armé, (a) Pénétration, (b) Fissuration en cône, (c) Cratérisation, (d) Fissuration radiale sur : i) face avant et ii) face arrière, (e) Ecaillage, (f) Perforation, (g) Réponse globale de la cible, [Kennedy, 1976] .....	12
Figure 1.8 - Scénario de perforation d'après les essais Meppen [Jonas et al., 1982] .....	13
Figure 1.9 - Impact d'avion sur une dalle en béton armé [Sugano et al., 1993].....	14
Figure 1.10 - Microstructure du béton .....	15
Figure 1.11 - Courbe contrainte/déformation d'un essai de compression simple [Vu, 2007] (à gauche) et formation des cônes de frettage lors de l'essai (à droite) .....	16
Figure 1.12 - Principe de l'essai de compression simple (à gauche) et allure générale de la courbe contrainte déformation en compression simple (à droite) .....	16
Figure 1.13 - Résultat d'un essai cyclique de compression uniaxiale [Alsulayfani, 1986]...	18
Figure 1.14 - Essai de traction directe : (a) Principe de l'essai, (b) Rupture de l'éprouvette [Gabet, 2006] et (c) Courbe contrainte-déformation [Terrien, 1980].....	19
Figure 1.15 - Essai brésilien : (a) Principe de l'essai, (b) Rupture de l'éprouvette lors d'un essai réalisé au DGC de l'ENS Cachan [Leroux, 2012] .....	20
Figure 1.16 - Essai de flexion trois points : (a) Principe de l'essai, (b) Courbe charge-déflexion de la poutre pour déterminer l'énergie de rupture $Gf$ .....	20
Figure 1.17 - La transition du comportement du béton : d'un comportement fragile à la ductilité en fonction de la pression de confinement.....	21

---

Figure 1.18 - Différents trajets de chargement triaxiaux [Gabet, 2006] .....	22
Figure 1.19 - Courbes contrainte/déformation obtenues lors des essais triaxiaux par [Jason et al., 2006]. (a) Essais à faible pression de confinement de 0 à 9 MPa (b) Essais à pression de confinement moyenne de 30 à 60 MPa .....	23
Figure 1.20 - Comportement compactant du béton [Burlion, 1998] .....	23
Figure 1.21 - Résultats des essais triaxiaux pour différentes pressions de confinement : (a) béton sec $S_r = 11\%$ , (b) béton très humide $S_r = 85\%$ .....	24
Figure 1.22 - Gammes de taux de déformation [Bischoff et Perry, 1991 ; Brara, 1999] .....	25
Figure 1.23 - (a) Principe de l'essai de compression aux barres d'Hopkinson (b) signaux de jauges typiques du même essai sur matériau fragile [Erzar, 2010] .....	26
Figure 1.24 - Schéma expérimentale d'écaillage (a) de [Landon et Quiney, 1923] et (b) de [Goldsmith et al., 1966] .....	28
Figure 1.25 - (a) Dispositif aux barres de Hopkinson de Delft (b) une éprouvette instrumentée de jauges de LVDT [Vegt et al., 2006] .....	29
Figure 1.26 - Configuration expérimentale de l'essai de traction aux barres de Hopkinson au JRC Ispra .....	29
Figure 1.27 - Configuration expérimentale de Brara et Klepaczko [2001] .....	30
Figure 1.28 - Méthode de dépouillement utilisée par Klepaczko et Brara [Erzar et Forquin, 2009] .....	31
Figure 1.29 - Signal de vitesse en face arrière au cours d'un essai d'écaillage [Erzar, 2010] .....	32
Figure 1.30 - Schéma du montage de l'essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010] .....	32
Figure 1.31 - Instrumentation d'une éprouvette de microbéton lors d'un essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010] .....	33
Figure 1.32 - Evolution temporelle (a) des contraintes élastiques équivalentes et (b) des vitesses de déformation dérivée des signaux des jauges [Erzar, 2010] .....	34
Figure 1.33 - Augmentation de la résistance à la compression en fonction de la vitesse de déformation [Bischoff et Perry, 1991] .....	35
Figure 1.34 - Evolution de la résistance dynamique de traction en fonction du logarithme de la vitesse de déformation [Malvar L. et Crawford J., 1998] .....	35
Figure 1.35 - Explication schématique de l'effet de vitesse dû à l'effet Stefan [Toutlemonde, 1994] .....	36
Figure 1.36 - Evolution de l'augmentation de résistance en fonction de la vitesse de chargement pour les bétons testés par Toutlemonde [1994] .....	36
Figure 1.37 - Surface de rupture avec les granulats cassés dans les essais d'écaillage [Brara et Klepackzko, 2006] .....	37
Figure 1.38 - (a) Simulation d'un impact de missile sur une dalle en béton armé [Teng et al., 2004] (b) Simulation d'un test de flexion trois points [Ortiz et Pandolfi, 1999] .....	40
Figure 1.39 - Simulation d'impact sur une plaque en béton avec la méthode SPH [Leppänen, 2006] .....	41
Figure 1.40 - Réseau de nœuds (a) régulier et (b) irrégulier d'un Lattice Model .....	42
Figure 1.41 - Triangulation de Delaunay et création des cellules polyédriques utilisées pour le modèle LDPM .....	43
Figure 1.42 - Méthodes discrètes avec différentes formes d'éléments : (a) un essai de cisaillement biaxial d'un milieu granulaire en 2D avec des éléments elliptiques [Ting et al., 1995], (b) Exemple d'éléments polyédriques [Azéma, 2007] .....	44

Figure 1.43 - Simulation de la chute de bloc rocheux sur une dalle en béton armé avec la méthode des éléments discrets sphériques [Hentz et al., 2005] .....	45
Figure 1.44 - Simulation d'un essai d'arrachement d'armature par la méthode des éléments discrets [Rousseau, 2009] .....	45
Figure 1.45 - Zone de recouvrement et paramètres de recouvrement [Frangin, 2008] .....	46
Figure 1.46 - Simulation d'impact sur une enceinte de confinement nucléaire [Rousseau, 2009] .....	47
Figure 2.1 - Réalisation d'un échantillon numérique (a) avant compaction (b) compacté par la méthode de grossissement des sphères [TRAN, 2011] .....	54
Figure 2.2 - Méthode de génération de maillage et détection des contacts par déposition balistique .....	55
Figure 2.3 - Procédure de génération de maillage discret développée par [Jerier, 2009] ..	56
Figure 2.4 - Exemple d'un engrenage conique maillé par l'algorithme de Jerier [Jerier et al., 2010] .....	56
Figure 2.5 - Modélisation d'un essai d'impact sur une dalle en béton armé [Rousseau, 2009] .....	57
Figure 2.6 - Maillage ED à partir d'un maillage EF avec 3 tétraèdres par petite côté .....	58
Figure 2.7 - Distribution des rayons des éléments sur un échantillon de 8630 ED .....	59
Figure 2.8 - Orientation des contacts dans les trois plans principaux .....	59
Figure 2.9 - Variation du nombre de liens en fonction du rayon d'interaction .....	60
Figure 2.10 - Méthode de recherche des contacts par grille .....	61
Figure 2.11 - Méthode de tri par empilement avec des bandes .....	62
Figure 2.12 - Loi d'interaction élastique entre deux éléments .....	62
Figure 2.13 - Efforts d'interaction appliqués sur un ED .....	66
Figure 2.14 - Etapes fondamentales du cycle de calcul de la MED .....	67
Figure 2.15 - Paramètres d'interaction entre deux éléments .....	68
Figure 2.16 - Lois de comportement non linéaires locales .....	71
Figure 3.1 - Distribution des orientations des contacts dans les plans xy, xz et yz des maillages ED correspondant à plusieurs finesses: (a) 3 tétraèdres par côté, (b) 5 tétraèdres par côté et (c) 7 tétraèdres par côté du maillage EF .....	77
Figure 3.2 - Distribution des orientations des dans les plans xy, xz et yz du maillage ED choisi .....	78
Figure 3.3 - Pilotage de l'essai de traction uniaxiale .....	79
Figure 3.4 - Evolution du coefficient d'équilibre au cours des essais de compression-traction uniaxiales quasi-statiques pour $V = 0.05$ m/s .....	79
Figure 3.5 - Suppression de la couche d'éléments aux bords pour le calcul de la coordinance .....	80
Figure 3.6 - Mesure des déformations par la méthode locale .....	81
Figure 3.7 - Comparaison de l'évolution de $v$ analytique et la courbe de $v$ numérique obtenue par l'approche locale .....	84
Figure 3.8 - Comparaison de l'évolution de $v$ analytique et la courbe de $v$ numérique obtenue par l'approche globale .....	85
Figure 3.9 - Evolution du rapport $E/E_0$ analytique et de la courbe $E/E_0$ numérique .....	85
Figure 3.10 - Evolution de $E$ en fonction de la finesse du maillage EF .....	86
Figure 3.11 - Evolution de $v$ en fonction de la finesse du maillage EF .....	87

Figure 3.12 - Différentes éprouvettes utilisées: (a) Eprouvette utilisée lors de l'identification linéaire - (b), (c), (d) et (e) représentent respectivement les éprouvettes 1,2,3 et 4.....	87
Figure 3.13 - (a) Courbe de compression simple et (b) l'endommagement de l'éprouvette .....	88
Figure 3.14 - Essai de (a) compression et (b) traction pour $\zeta=4$ , $\zeta=10$ et $\zeta=30$ .....	89
Figure 3.15 - Essai de (a) compression et (b) traction pour $T=2.5$ MPa et $T=5$ MPa.....	90
Figure 3.16 - Essai de (a) compression et (b) traction pour $C0=4$ MPa et $C0=8$ MPa .....	91
Figure 3.17 - Essai de (a) compression et (b) traction pour $\Phi i = 5^\circ$ et $\Phi i = 10^\circ$ .....	91
Figure 3.18 - Essai de (a) compression et (b) traction pour $\Phi c = 5^\circ$ et $\Phi c = 10^\circ$ .....	91
Figure 3.19 - Courbes contrainte-déformation de compression pour différentes coordinances.....	93
Figure 3.20 - Courbes contrainte-déformation de traction pour différentes coordinances. ....	93
Figure 3.21 - Evolution du contact entre deux éléments A et B entre deux instants t et t+dt. ....	96
Figure 3.22 - Détermination du point de contact $P_c$ pour une interaction de type lien .....	97
Figure 3.23 - Modèle élasto-plastique pour le moment de roulement. ....	99
Figure 3.24 - Analogie d'une poutre composée par les deux éléments en interaction .....	102
Figure 3.25 - Etude de sensibilité des courbes de compression simple (a) au coefficient du seuil plastique de roulement $\eta$ et (b) au coefficient de raideur de roulement $\beta r$ .....	107
Figure 3.26 - Influence de la LTM sur la courbe de traction simple.....	107
Figure 3.27 - Procédure d'identification des paramètres du modèle.....	108
Figure 3.28 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton C50 .....	109
Figure 3.29 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton R30A7 sec.....	109
Figure 3.30 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton R30A7 humide à 42%.....	110
Figure 3.31 - Endommagement lors des essais de (a) compression et de (b) traction uniaxiales du béton R30A7 humide .....	110
Figure 3.32 - Courbes contrainte-déformation lors d'un essai de traction simple pour différentes tailles d'éléments.....	111
Figure 3.33 - Création d'une fissure lors de l'essai de traction simple avec le maillage fin. ....	112
Figure 4.1 - Champ de vitesse dans l'échantillon en béton à la rupture [Hentz, 2003] .....	116
Figure 4.2 - Schéma du montage de l'essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010].....	117
Figure 4.3 - (a) Impulsions de vitesses appliquées sur la face avant de l'éprouvette en béton et (b) les vitesses mesurées sur le bout libre de l'éprouvette pour 4 essais d'écaillage .....	118
Figure 4.4 - Orientation des interactions dans les trois plans principaux pour les deux maillages gros et fin de l'essai de traction aux barres de Hopkinson.....	120
Figure 4.5 - Choix des couches ED pour appliquer le chargement dynamique.....	120
Figure 4.6 - Analyse de la dispersion numérique dans le modèle ED .....	121
Figure 4.7 - Détermination de la fréquence de coupure numérique du modèle.....	122

Figure 4.8 - Détermination de la fréquence de coupure numérique du modèle après réduction du diamètre de l'éprouvette.....	123
Figure 4.9 - Courbes de vitesses en face arrière au cours du temps pour les essais (a) A, (b) B, (c) C et (d) D.....	124
Figure 4.10 - Champ d'endommagement pour l'essai A.....	124
Figure 4.11 - Champ d'endommagement pour l'essai C.....	125
Figure 4.12 - Courbe de vitesse en face arrière de l'essai C avec $T = 4T_s = 8.4$ MPa.....	126
Figure 4.13 - Champ d'endommagement pour l'essai C avec $T = 4T_s = 8.4$ MPa.....	126
Figure 4.14 - (a) Résultats expérimentaux sur l'effet de vitesse en traction et (b) la modification de la limite locale de traction du modèle en fonction de la vitesse de déformation de l'interaction.....	127
Figure 4.15 - Détermination de la borne supérieure de la limite locale de traction.....	129
Figure 4.16 - Evolution de la valeur absolue de la vitesse de déformation d'un lien interne au cours du temps dans (a) un gros maillage et dans (b) un maillage fin (essai B).....	130
Figure 4.17 - Evolution de la vitesse de déformation filtrée d'un lien interne au cours du temps dans un maillage fin (essai B).....	133
Figure 4.18 - Essai A : courbe de vitesse en face arrière.....	134
Figure 4.19 - Essai B : courbe de vitesse en face arrière.....	135
Figure 4.20 - Essai C : courbe de vitesse en face arrière.....	135
Figure 4.21 - Essai D : courbe de vitesse en face arrière.....	136
Figure 4.22 - Essai B : Comparaison des états d'endommagement dans le (a) gros maillage, (b) le maillage fin et (c) l'éprouvette réelle à $t = 1.3$ ms.....	136
Figure 4.23 - Essai B : Champ des vitesses axiales dans l'échantillon à $t = 1.3$ ms du (a) gros maillage et du (b) maillage fin.....	137



---

## Liste des tableaux

---

Tableau 3.1 - Caractéristiques géométriques des maillages ED à plusieurs finesses .....	77
Tableau 3.2 - Calcul de E et $\nu$ pour différentes finesses du maillage EF avec les erreurs relatives en %.....	86
Tableau 3.3 - Calcul de E et $\nu$ pour différentes éprouvettes .....	87
Tableau 3.4 - Jeu de paramètres utilisé dans l'étude de sensibilité.....	89
Tableau 3.5 - Calcul du moment de roulement .....	100
Tableau 3.6 - Mesures de E et $\nu$ avec les paramètres linéaires trouvés dans [3.9] et en tenant compte de la LTM.....	104
Tableau 3.7 - Erreurs sur E et $\nu$ mesurés pour différents coefficient de raideur $\beta r$ .....	104
Tableau 3.8 - Reproduction de E et $\nu$ pour différentes finesses du maillage EF .....	105
Tableau 3.9 - Reproduction de E et $\nu$ pour différentes géométries .....	105
Tableau 3.10 - Paramètres non-linéaires identifiés pour trois types de béton.....	106
Tableau 3.11 - Paramètres non-linéaires fixés pour l'étude de sensibilité aux coefficients de la LTM.....	106
Tableau 3.12 - Paramètres non-linéaires identifiés pour trois types de béton.....	109
Tableau 4.1 - Gammes des taux de déformation mesurées pour 4 essais d'écaillage .....	117
Tableau 4.2 - Propriétés mécaniques du béton R30A7 humide.....	117
Tableau 4.3 - Propriétés mécaniques du béton R30A7 humide.....	119
Tableau 4.4 - Paramètres non-linéaires identifiés en quasi-statiques pour le béton R30A7 humide .....	121
Tableau 4.5 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales expérimentales et numériques .....	129
Tableau 4.6 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales numériques en fonction de la fréquence de filtrage (Essai A).....	132
Tableau 4.7 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales numériques en fonction de la fréquence de filtrage (Essai B).....	132





---

## Introduction

---

La conception de certaines structures sensibles en génie civil nécessite la prise en compte des risques extrêmes pouvant mener à la rupture de ces ouvrages (barrages, centrales nucléaires, etc....). Parmi ces sollicitations extrêmes, on peut citer les explosions, les impacts balistiques, les chutes d'avions et les séismes. Dans notre étude, on s'intéresse au cas des centrales nucléaires soumises à des impacts d'avions. Ce sujet fait partie du cahier des charges des concepteurs depuis plus de 30 ans. Cependant, depuis les événements de 11 Septembre 2001, la problématique de chute d'avion est devenue primordiale lors de la conception d'ouvrages nucléaires<sup>(1)</sup>.

A l'échelle structurelle, les expérimentations sont très limitées notamment si l'échelle est très large. C'est le cas des enceintes de confinement nucléaires ayant des dimensions de quelques dizaines de mètres et une épaisseur de l'ordre du mètre. Le recours à la modélisation numérique apparaît comme une nécessité pour prédire le comportement de ces ouvrages et pour les différents types de risques auxquels ils sont exposés. La prédiction des endommagements qui apparaissent lors d'un événement accidentel ou d'origine terroriste constitue toujours un enjeu pour la recherche. En effet, la demande de sureté accrue des centrales nucléaires exige de prendre en compte ces événements extrêmes dès la phase de conception.

---

<sup>(1)</sup> Le décret n° 2007-534 du 10 avril 2007 autorisant la construction d'un réacteur nucléaire de type EPR sur le site de Flamanville requiert la prise en compte de chute d'un avion, civil ou militaire, sur le réacteur.

L'objectif ultime de notre travail de thèse est de proposer un outil numérique capable de prédire le comportement fortement endommagé d'une structure en béton armé soumis à un impact d'avion. Les impacts entraînent l'apparition de nombreuses discontinuités (fractures, fragments, ...). La modélisation de ces phénomènes est facilitée par l'utilisation d'un modèle discret permettant de représenter facilement l'apparition des discontinuités. Notre étude s'inscrit dans un travail de recherche visant à développer un modèle numérique robuste et capable de représenter d'une manière fiable le comportement du béton sous sollicitations extrêmes. Un travail est réalisé en parallèle dans la thèse de Masurel [2015] à EDF et complète le nôtre par les développements sur la liaison acier béton. Les développements numériques liés aux deux thèses sont réalisés avec le logiciel EUROPLEXUS, code d'expertise industriel développé conjointement par le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique), le JRC (Joint Research Center ISPRA), EDF et l'ONERA. L'implantation numérique de la MED a été initiée par Rousseau [2009].

Le modèle discret choisi n'est pas adaptée pour modéliser un ouvrage entier en béton armé. En effet, la taille du modèle devient très importante et le coût de calcul sera prohibitif : c'est la limitation du calcul aux éléments discrets. On peut pallier à ce problème en modélisant la zone impactée par les ED, et le reste de la structure par une autre approche continue comme la méthode des éléments finis. Un couplage de ces deux méthodes a été proposé par plusieurs auteurs dans ce contexte [Rousseau, 2009 ; Frangin, 2008]. La partie ED dans la zone d'impact doit reproduire fidèlement le comportement réel du béton, c'est l'enjeu de la présente thèse.

Ce mémoire comporte 4 chapitres. Le premier chapitre bibliographique permet de définir le problème. La classification des impacts sur les structures en béton armé est présentée. Cette classification permet de mettre en évidence les phénomènes mis en jeu expérimentalement et qui doivent être modélisés. Y seront détaillées les différentes techniques expérimentales pour caractériser le comportement du béton sous chargement quasi-statique et dynamique. Une revue des méthodes numériques existantes pour modéliser les structures en béton sous impact nous permettra de justifier le choix de la MED et l'utilisation du couplage ED/EF à l'échelle de la structure : ED dans la zone d'impact, et EF dans le reste de la structure.

Le chapitre 2 décrit la méthode aux éléments discrets utilisée ainsi que sa méthode de discrétisation. Des interactions sont définies entre les éléments sphériques de l'assemblage pour modéliser le comportement non linéaire du béton. Un schéma d'intégration explicite des équations du mouvement permet de connaître les positions des ED à chaque instant. Des précautions équivalentes à celle de la condition de CFL (Courant Friedrichs Lewy) sont prises pour garantir la stabilité du schéma d'intégration.

Le chapitre 3 traite la simulation des essais quasi-statiques de compression et traction uniaxiales. La prédiction du comportement dynamique de béton nécessite d'abord la caractérisation de son comportement quasi-statique. Le modèle numérique développé est calibré et validé en se basant sur les travaux de Hentz [2003]. La comparaison avec les résultats d'essais de laboratoire fait apparaître la nécessité d'apporter des modifications importantes au modèle. Une loi de transfert de moment (LTM) est proposée pour pallier à certains des problèmes identifiés avec le modèle de Hentz.

Le quatrième et dernier chapitre de cette thèse porte sur la modélisation du comportement dynamique en traction du béton. Le but est d'étendre la validation du modèle ED tridimensionnel en simulant des essais de traction dynamique à haut taux de déformation. Une étude réalisée par [Hentz *et al.*, 2004] a confirmé, d'une part, que l'effet de vitesse du béton en compression et à hautes vitesses de déformation est un effet inertiel, c'est-à-dire que cela n'est pas un effet dû au matériau. D'autre part, la même étude a validé l'hypothèse selon laquelle l'effet de vitesse en traction est un effet dû au matériau. Suivant ces conclusions, nous avons simulé des essais de traction dynamique aux barres de Hopkinson réalisés par Erzar et Forquin [2010] à des taux de déformation variant de 30 à 115 s<sup>-1</sup>. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques nous permet d'identifier les paramètres de la loi de comportement du béton permettant de reproduire l'important effet de vitesse de déformation

Enfin, ce mémoire se clôture par des conclusions et des perspectives.



# CHAPITRE 1

---

## Etude bibliographique

---

L'objectif de ce chapitre est de donner une brève revue bibliographique sur le comportement des structures en béton soumises à des impacts dynamiques. A ce titre, après avoir présenté les études déjà effectuées pour caractériser le comportement dynamique sous impact à l'échelle structurelle, les différentes techniques existantes pour étudier les comportements quasi-statique et dynamique du béton à l'échelle macroscopique seront présentées.

### 1.1 Caractérisation des impacts en dynamique des structures

#### 1.1.1 Classification des types d'impacts

Dans le cas des impacts en dynamique des structures, la force d'impact appliquée à la structure cible est fonction de plusieurs paramètres tels que les échanges énergétiques qui se déroulent pendant le choc, la géométrie des deux corps, leur rigidité, leur masse, etc. La comparaison de l'état avant et après le choc et les phénomènes observés permettent de les classer. Cependant ce classement n'est pas facile. Plusieurs travaux dans la littérature qui portent sur ces

impacts dans différents champs d'application montrent des résultats parfois contradictoires.

On définit généralement deux types d'interactions : le choc mou et le choc élastique appelé aussi choc dur [Brossard, 1997]. Considérons deux masses ponctuelles  $m_1$  et  $m_2$  en collision. Lorsque les deux masses se lient l'une à l'autre pour former un seul corps partant à une certaine vitesse, sans qu'il n'y ait aucun rebond, le choc est mou. Au contraire, lorsqu'il s'agit d'un rebond parfait sans dissipation d'énergie, le choc est considéré comme élastique.

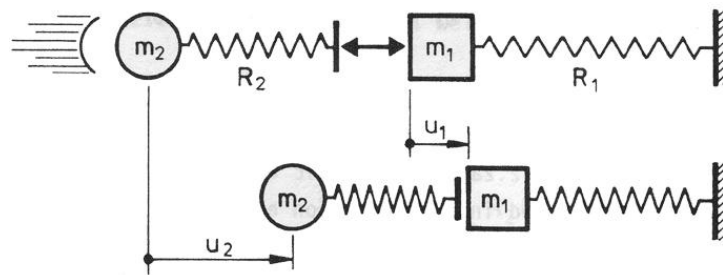


Figure 1.1 - système masse- ressort à deux degrés de liberté [CEB, 1988]

D'autre part, les problèmes d'impact sur les structures en béton ont été abordés par [Eibl, 1987] et [CEB, 1988]. Suivant ces travaux, l'impact est modélisé par deux masses rigides  $m_1$  et  $m_2$ , un ressort  $R_2$  entre les deux masses pour simuler le contact entre le projectile et la cible, et un autre ressort  $R_1$  qui caractérise la rigidité de la structure cible (Figure 1.1).

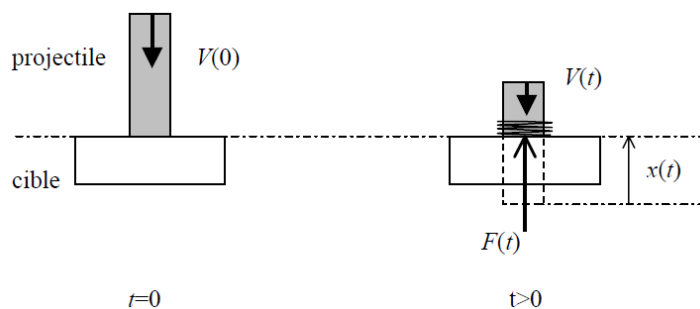
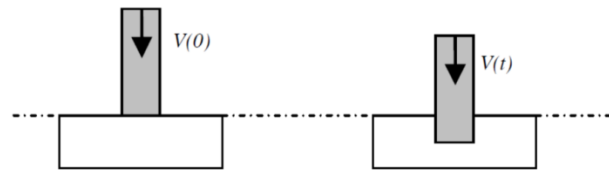


Figure 1.2 - Impact mou [CEB, 88]

Le cas où  $u_2$  est très grand par rapport à  $u_1$  est considéré comme impact mou («soft impact» en anglais). L'énergie cinétique est transformée totalement en énergie de déformation du projectile, et la cible reste indéformable (Figure 1.2).

C'est le cas d'impact d'un avion sur une structure massive en béton armé. Dans ce cas, le projectile s'écrase complètement et les déplacements et déformations de la structure cible sont faibles par rapport aux déplacements et déformations de l'avion [Sugano *et al.*, 1993].

A l'opposé quand  $u_2$  est très faible par rapport à  $u_1$ , ce cas est considéré comme un impact dur (Figure 1.3) où le projectile compactant reste rigide et son énergie cinétique est, en grande partie, absorbée par les déformations de la structure.



**Figure 1.3 - Impact dur [CEB, 1988]**

D'après tout ce qui précède, on voit clairement la contradiction avec la classification des impacts donnée par Brossard et Eibl. Prenons l'exemple des essais d'impact d'un avion sur une structure en béton armé réalisés par [Sugano *et al.*, 1993]. Selon Brossard, ces essais sont considérés comme des impacts mous puisqu'il n'y a pas eu de rebond du projectile. En revanche selon Eibl, comme le déplacement de la structure cible n'est pas négligeable par rapport au projectile, l'impact est alors considéré comme impact dur.

Outre cette contradiction, la classification d'Eibl et de la CEB ne prend pas en compte les chocs durs où la cible est traversée par un projectile rigide. Cela montre clairement que le déplacement de la structure cible et la rigidité des deux corps ne représentent pas les seuls éléments clés pour classer les impacts. Pour pallier ce problème, [Kœchlin et Potapov, 2009] ont proposé une classification fondée sur les travaux de [Riera, 1980] pour définir une limite entre le choc mou et le choc dur en prenant en compte à la fois les seuils de rupture des matériaux et la vitesse du projectile. L'approche de Riera a été spécialement conçue pour évaluer le chargement dû à l'impact d'un projectile déformable sur une cible très rigide. Kœchlin a réécrit la formule de Riera en contrainte à l'instant initial du choc, lorsque la cible est soumise à une contrainte qui a deux composantes, l'une venant du matériau et l'autre de la vitesse :

$$\sigma = \sigma_p + \rho_p V_0^2 \quad [1.1]$$



où :

- $\sigma_p$  : la contrainte de rupture du projectile.
- $\rho_p$  : la masse volumique du projectile.
- $V_0$  : la vitesse du projectile.

La limite entre un choc dur et un choc mou s'établit lorsque :

$$\sigma_p + \rho_p V_0^2 = \sigma_c \quad [1.2]$$

Où  $\sigma_c$  représente la contrainte de rupture du matériau constituant la cible.  
On peut également écrire :

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_c} + \frac{\rho_p V_0^2}{\sigma_c} = 1 \quad [1.3]$$

Si la cible résiste et si le projectile s'écrase, on considère que c'est un choc mou. Au contraire, lorsque le projectile pénètre la cible, c'est un choc dur. Selon le critère défini par la formule [1.3], si le terme gauche est inférieur à 1, le choc est qualifié de mou. En revanche, s'il est supérieur à 1, il est considéré comme choc dur (Figure 1.4).

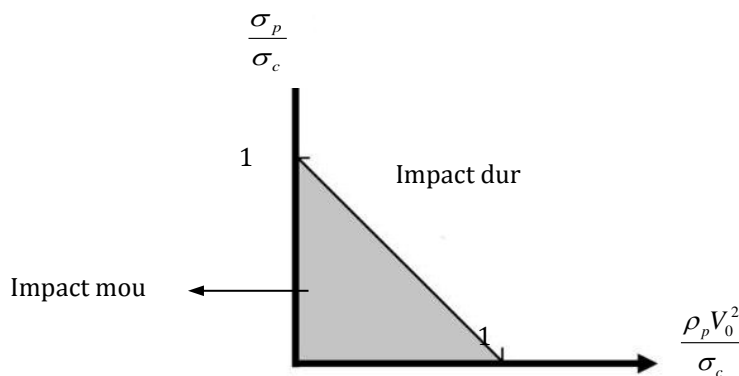


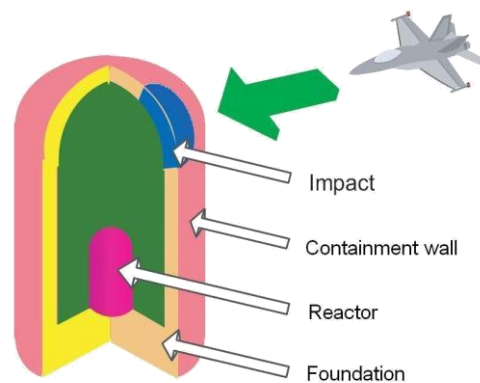
Figure 1.4 - Classification des impacts [Kœchlin et Potapov, 2009]

### 1.1.2 Références expérimentales d'impact sur les ouvrages en béton

Le dimensionnement des structures soumises à un impact est de nos jours un point dur et crucial dans les travaux de bureaux d'études et d'ingénierie. La

conception des structures en béton peut nécessiter une exigence de résistance à des impacts de fortes énergies tels que la chute des blocs rocheux, les impacts des missiles ou des avions sur des enceintes de centrale nucléaire (Figure 1.5). Dans le cas de l'impact d'un avion sur une structure en béton armée, ce problème a été depuis longtemps étudié par l'industrie des centrales nucléaires. Depuis les événements du 11 Septembre 2001, la nature de l'acte terroriste a amené les concepteurs de bâtiments sensibles comme les centrales nucléaires à intégrer au cahier des charges la probabilité d'une chute d'avion.

Citons notamment le décret n° 2007-534 du 10 avril 2007 autorisant la création de l'installation nucléaire de base dénommée Flamanville 3, comportant un réacteur nucléaire de type EPR, sur le site de Flamanville (Manche). Ce décret stipule dans l'article IV-2.1 intitulé « Le risque de chute accidentelle d'un aéronef » que « la salle de commande principale et la station de repli du réacteur sont protégés physiquement par une paroi externe en béton armé. Les cas de charge à retenir pour la conception de cette paroi sont définis en considérant, d'une part, le trafic de l'aviation générale et son évolution prévisible et, d'autre part, par convention, la chute accidentelle d'un avion militaire ».



**Figure 1.5 - Configuration d'un impact accidentel sur une centrale nucléaire**

A partir des années 1970, l'industrie nucléaire s'est intéressée à l'étude des enceintes de confinement soumises à l'impact de projectiles provenant d'un avion comme la turbine ou l'alternateur. Le problème d'impacts d'avions complets sur des structures en béton armé fait aussi l'objet de nombreux travaux, compte tenu des enjeux de sûreté dans l'industrie nucléaire, l'objectif étant de déterminer la force associée à l'impact de l'avion. Avec le développement des outils informatiques et les capacités de calcul et de modélisation, les ingénieurs de

conception commencent de plus en plus à étudier le problème d'impact par des simulations numériques.

Un impact dépend essentiellement du type de projectile et de ses caractéristiques telles que sa masse voire la répartition de masse, sa rigidité et la vitesse d'impact, il est indispensable d'intégrer ces paramètres dans le modèle. L'une des méthodes les plus utilisées est le modèle développé par Riera [Riera, 1980]. Ce modèle estime la fonction de chargement, évoluant au cours du temps, d'un projectile à une vitesse donnée à partir de sa répartition de masse tenant compte des vides de la structure et des forces de flambage. Plusieurs auteurs ont utilisé cette approche dans leurs travaux [Mestat *et al.*, 1999 ; Brara, 1999] (Figure 1.6). Lors d'un impact rigide avec un projectile très rigide et rapide, il y a d'autres caractéristiques à prendre en compte comme la forme et le nez du projectile [Berriaud *et al.*, 1978 ; Li *et al.*, 2002 ; Shiu *et al.*, 2008]. Des lois de prédiction empiriques ont pris en compte l'effet du nez de l'impacteur pour calculer la force d'impact sur la dalle et la profondeur de pénétration [Adeli et Amin, 1985].

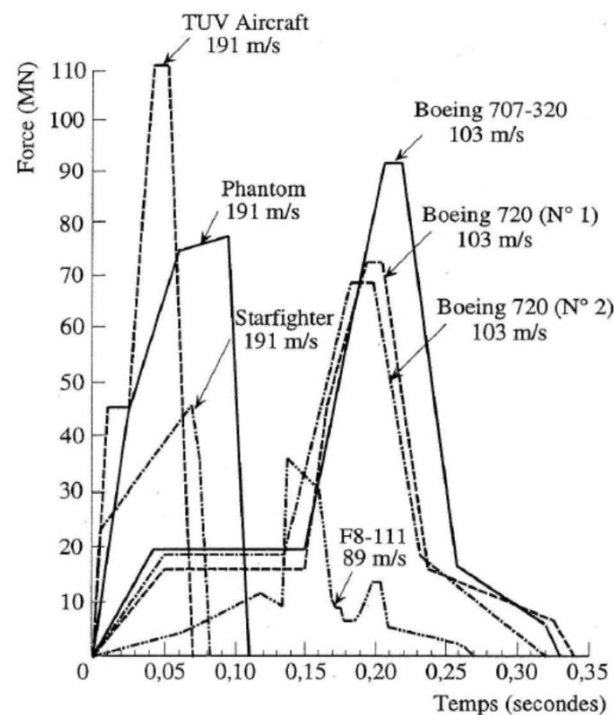


Figure 1.6 - Fonction de chargement [Bangash, 1993]

Les caractéristiques du projectile (forme du nez, rigidité, vitesse initiale) ainsi que les caractéristiques de la dalle (épaisseur, déformabilité) ont une forte incidence sur le mécanisme d'endommagement de la cible. En effet, l'impact ayant

lieu directement sur la dalle, les efforts de contact et l'énergie transmise dépendent de la déformabilité de la dalle et du projectile. En faisant la comparaison entre les fonctions de charge (Figure 1.6) d'un avion militaire (Phantom) et un autre avion civil (Boeing 720), on trouve un comportement différent dans chaque cas.

Pour un avion militaire, sa rigidité élevée crée des forces d'impact très grandes sur un intervalle de temps court (0.1 s). Tandis que pour un Boeing 720 qui est plus déformable, les forces engendrées sont plus faibles sur une période plus longue. Le premier cas correspond à un choc dur et le deuxième à un choc mou. Dans le cas de l'impact par un avion militaire rigide, les phénomènes locaux et globaux sont découplés. En effet la durée d'impact est courte et par conséquent les ondes n'ont pas le temps de se propager dans la structure et de revenir pour changer le comportement local sous impact : Cet impact est considéré comme dur [Shiu, 2008]. En revanche, dans le cas d'un avion de ligne déformable, l'impact dure plus longtemps et les ondes ont le temps de se propager dans la structure et de faire des retours pour modifier les comportements locaux, provoquant un couplage entre les phénomènes locaux et le comportement structurel [Bailly, 2004 ; Kœchlin, 2007].

Par conséquent, le comportement de la structure cible en béton armé se manifeste de trois manières différentes et principales:

1. la réponse de la structure est limitée à la région locale de l'impact et la majorité de l'énergie d'impact est absorbée par les mécanismes locaux d'endommagement.
2. l'énergie d'impact est dissipée sous forme de déformations structurelles (flexion, cisaillement...etc.) de la cible.
3. l'énergie d'impact est dissipée sous forme d'une combinaison des mécanismes locaux d'endommagement et de déformations structurelles.

Au fil des années, les chercheurs ont réalisés des essais d'impact sur des structures simples en béton armé (poutres, dalles) dont l'objet est de mettre en évidence un certain nombre de phénomènes locaux et globaux. Cela permet de pallier aux problèmes de coûts élevés lors de la réalisation d'essais sur une grande structure en béton armé. Ensuite, les résultats de ces essais ont été exploités pour valider des modèles de comportement développés.

Dans un premier temps, plusieurs essais ont été réalisés pour caractériser les impacts durs sur des plaques en béton armé. Des campagnes d'essais ont eu lieu sur des dalles en béton armé, en France, « essais CEA-EDF » [Gueraud *et al.*, 1977 ; Berriaud *et al.*, 1978]. A partir de ces essais, des formules ont été établies pour calculer l'épaisseur de béton armé capable d'arrêter un projectile rigide donné en tenant compte de l'influence de la forme du nez du projectile et du ferrailage. D'autre part, dans les travaux de [Kennedy, 1976] on peut trouver une description de la phénoménologie d'endommagement local d'une dalle en béton sous impact. Sept phénomènes associés aux différents niveaux d'endommagement sont observés (Figure 1.7) :

1. **Pénétration** : le projectile perce un tunnel dans la cible.
2. **Fissuration en cône** : sous effet de cisaillement, un cône se forme dans la cible.
3. **Cratérisation** : éjection de petits morceaux de béton sur la face avant de la cible.
4. **Fissuration radiale** : l'apparition des fissures globales à partir du point d'impact sur les deux faces de la cible lors de la propagation de ces fissures dans l'épaisseur de la dalle.
5. **Ecaillage** : éjection de fragments de béton en face arrière.
6. **Perforation** : le projectile passe complètement à travers la dalle, avec ou sans vitesse résiduelle.
7. **Réponse globale de la structure** : Des endommagements en flexion et en cisaillement apparaissent sur toute la dalle dus à une vibration globale structurelle.

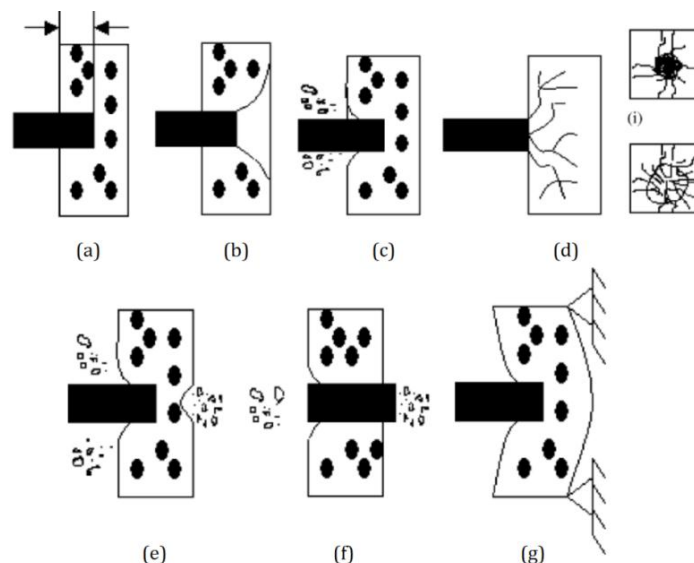


Figure 1.7 - Effets d'impact sur la dalle en béton armé, (a) Pénétration, (b) Fissuration en cône, (c) Cratérisation, (d) Fissuration radiale sur : i) face avant et ii) face arrière, (e) Ecaillage, (f) Perforation, (g) Réponse globale de la cible, [Kennedy, 1976]

[Li *et al.*, 2005] ont donné une liste des formules de prédiction empiriques pour la perforation et l'écaillage en fonction de la masse, la vitesse et la forme du nez de projectile. Des chercheurs se sont également intéressés à la transition entre projectiles déformables et durs [Kojima, 1991 ; Ohno *et al.*, 1992].

Ensuite, les impacteurs utilisés pour les essais expérimentaux sont devenus plus déformables, et on peut citer par exemple les essais Meppen réalisés en Allemagne [Jonas *et al.*, 1982]. Ces tests ont caractérisé le mode de rupture en cône dans le cas des impacts mous sur des dalles en béton armé [Jonas *et al.*, 1982] (Figure 1.8). Juste après le contact entre le projectile et la cible, un cratère apparaît sur la face avant de la dalle en béton armé, puis des fissures diagonales se forment dans l'épaisseur de la dalle jusqu'à déboucher sur la face arrière en formant une zone de fissuration. De plus, les fissures se développent le long du ferrailage longitudinal arrière jusqu'au détachement d'écaillles du béton de couverture en face arrière. Puis un bouchon en forme de cône se désolidarise jusqu'à désagrégation complète du cône. Si le projectile continue à pousser le cône, il traverse la cible : c'est la perforation. Pendant l'impact, le projectile, considéré comme déformable, s'est écrasé sur la face avant de la dalle.

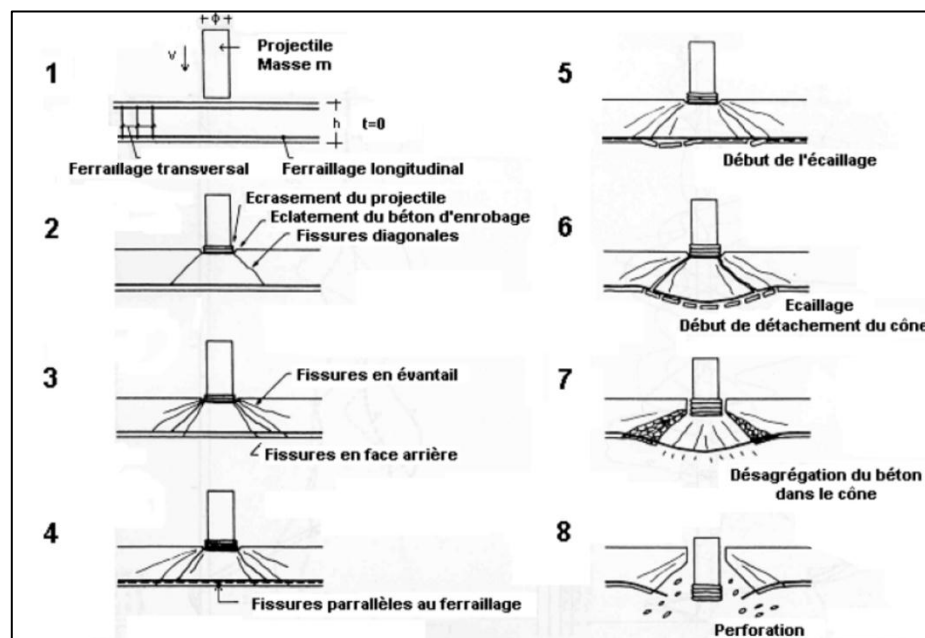
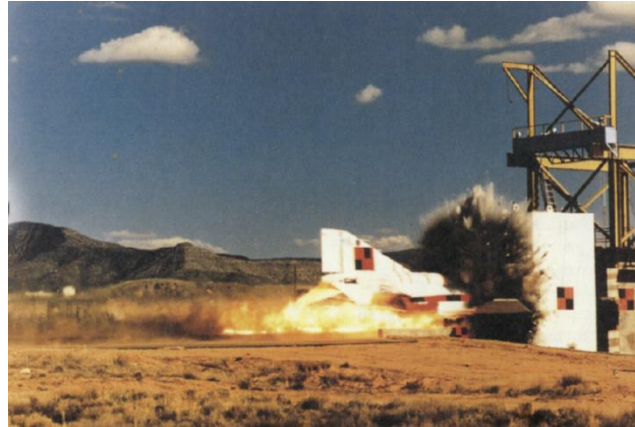


Figure 1.8 - Scénario de perforation d'après les essais Meppen [Jonas *et al.*, 1982]

A partir des années 1980, l'industrie nucléaire a commencé à utiliser des projectiles plus représentatifs des avions, et des expérimentations ont été

développées en taille réelle au laboratoire SANDIA d'Albuquerque au Nouveau-Mexique pour réaliser des impacts d'un avion militaire type F-4 [Sugano *et al.*, 1993] (Figure 1.9).



**Figure 1.9 - Impact d'avion sur une dalle en béton armé [Sugano et al., 1993]**

## **1.2 Béton**

Le matériau béton est utilisé depuis deux mille ans à l'époque des romains qui ont utilisé les premiers mortiers en mélangeant de la chaux avec de l'eau et des pouzzolanes. Plus tard et à partir de 19<sup>ème</sup> siècle, des recherches approfondies ont été faites pour découvrir les propriétés des mortiers de ciment par Smeaton et Vicat. De nos jours, il est largement utilisé dans la construction des ouvrages de génie civil tels que les bâtiments, les ouvrages d'art ou d'autres ouvrages sensibles.

Néanmoins, ses constituants et son comportement mécaniques sous différents types de chargements font encore l'objet de recherches afin de l'adapter aux besoins de génie civil. Pour leur utilisation optimale, il est nécessaire d'étudier l'évolution de leur comportement jusqu'à la rupture. La fin des années 1980 voit l'arrivée dans le monde des bétons à hautes performances (B.H.P.) : le béton fibré à ultra-hautes performances (B.E.F.U.P.) ainsi que les bétons autoplacants (B.A.P.).

### **1.2.1 Constituants**

Le béton est un matériau composite constitué d'une matrice en ciment et d'inclusions de granulats ou agrégats (sable, graviers, cailloux) dont la répartition

et la géométrie ne sont pas connues à priori et présentent souvent une dispersion importante (Figure 1.10). Le ciment fait prise en présence de l'eau puis durcit progressivement constituant ainsi le liant hydraulique. C'est le constituant fondamental du béton puisqu'il permet la transformation d'un mélange sans cohésion en un corps solide.

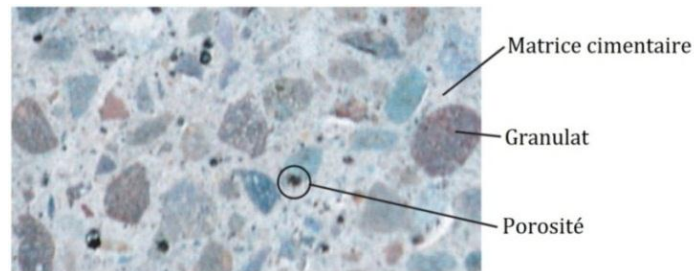


Figure 1.10 - Microstructure du béton

## 1.2.2 Comportement quasi-statique

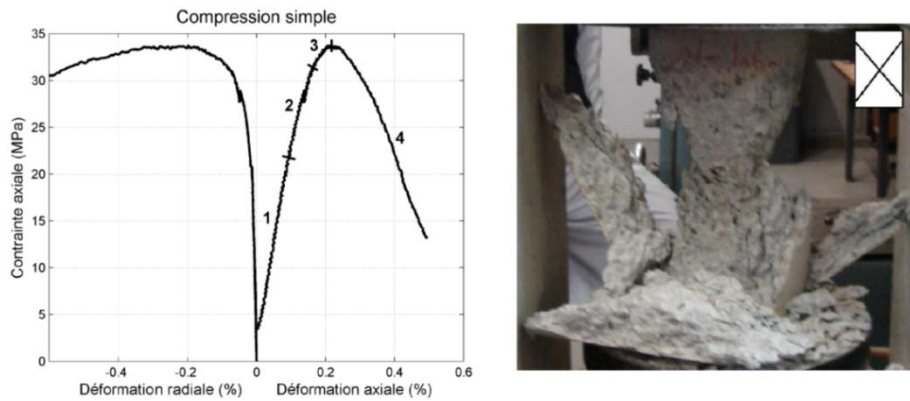
Le béton que l'on peut observer dans différentes structures est homogène à l'échelle macroscopique qui correspond à des dimensions de quelques centimètres de côté pour un élément de volume représentatif. Au contraire, à l'échelle mésoscopique l'hétérogénéité est mise en évidence par distinction des différents constituants à l'aide de divers moyens d'observation.

Dans le cadre de notre étude, on vise à modéliser le comportement des grandes structures en béton. Cependant ce calcul n'est pas faisable à l'échelle microscopique ou même mésoscopique car il nécessite des coûts de calcul énormes dans ce cas. Donc il faut réaliser la modélisation à l'échelle macroscopique permettant de considérer le comportement comme homogène et isotrope. Par la suite, on décrit les essais qui permettent de mettre de modéliser le comportement macroscopique.

### 1.2.2.1 Compression simple

L'essai de compression simple est le plus aisé à mettre en œuvre et le plus couramment utilisé. Il permet de caractériser la résistance du béton en compression simple. Cette résistance représente la principale propriété du béton destiné à travailler en compression.

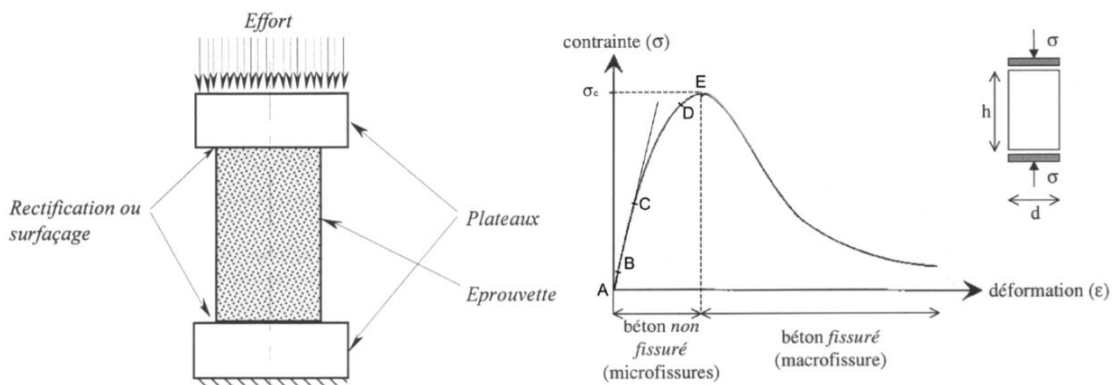




**Figure 1.11 - Courbe contrainte/déformation d'un essai de compression simple [Vu, 2007] (à gauche) et formation des cônes de frettage lors de l'essai (à droite)**

Le principe consiste à placer un échantillon cylindrique (160×320 mm) de béton âgé de 28 jours entre deux plateaux de chargement. Le chargement est piloté par le mouvement du plateau supérieur sous une vitesse de chargement normalisée, tandis que le plateau inférieur reste fixe. Cependant, pour mieux décrire la phase post-pic de la courbe de comportement du béton, il vaut mieux utiliser un chargement par déplacement imposé (Figure 1.11).

Des capteurs LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) et des jauges de déformations permettent de mesurer les déformations axiales et radiales de l'éprouvette au cours de l'essai. Puis en connaissant la déformation longitudinale, l'effort axial au cours du temps et la section de l'éprouvette, les résultats de l'essai seront représentés sur une courbe contrainte déformation (Figure 1.12). On en déduit le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et la résistance à la compression  $\sigma_c$ .



**Figure 1.12 - Principe de l'essai de compression simple (à gauche) et allure générale de la courbe contrainte déformation en compression simple (à droite)**

Plusieurs études dans la littérature [Wastiels, 1979 ; Mazars, 1984] ont montré qu'il existe différentes phases dans le comportement du béton (Figure 1.12) :

- **Phase 0** : jusqu'à 10% de  $\sigma_c$  (zone AB), le comportement correspond à une phase de serrage et raidissement où les microfissures préexistantes se ferment. Il est à noter que cette phase n'existe pas toujours.
- **Phase 1** : De 30% à 50% de  $\sigma_c$  (zone BC), le comportement est élastique linéaire. Des microfissures apparaissent entre les granulats et la matrice cimentaire. Le coefficient de Poisson et le module d'élasticité restent constants.
- **Phase 2** : De 70% à 90% de  $\sigma_c$  (zone CD), la non-linéarité et des déformations irréversibles apparaissent. La raideur tangente diminue légèrement mais le coefficient de Poisson reste constant. Dans cette phase, il y a une propagation stable des microfissures aux interfaces.
- **Phase 3** : jusqu'à  $\sigma_c$  (zone DE), les non-linéarités augmentent fortement, et les fissures se propagent dans la matrice parallèlement à la direction de chargement. Cette fois-ci la phase est caractérisée par un début d'augmentation du volume apparent du matériau jusqu'à  $\sigma_c$  (dilatance) et on a une variation anisotrope des caractéristiques mécaniques. La raideur tangente diminue et le coefficient de Poisson devient très grand.
- **Phase 4** : Au-delà de  $\sigma_c$  (zone E), on observe un comportement adoucissant accompagné d'une création de macrofissures et une augmentation très importante du volume apparent de l'échantillon.

Les conditions aux limites sur les faces contrôlent la forme du faciès de rupture. En effet, dans la partie centrale de l'éprouvette, la déformation transversale est libre alors qu'elle est bloquée ou limitée sur les extrémités. Il en résulte des contraintes de traction perpendiculaires à la direction de compression. Ces contraintes de traction provoquent la fissuration longitudinale de l'éprouvette et la ruine en partie centrale, alors que les extrémités protégées par le frettage créé par les plateaux (présence du frottement à l'interface plateau-éprouvette) ne sont pas détruites. Par suite, deux cônes apparaissent aux extrémités de l'éprouvette rompue (Figure 1.11). Pour limiter le frettage et ainsi avoir un état de contrainte

plus uniaxial le long de l'éprouvette, on peut graisser les zones de jonction plateaux/éprouvettes.

Sous chargement cyclique, les essais de compression montrent des boucles d'hystérésis durant le processus de chargement-déchargement (Figure 1.13), avec une diminution du module élastique. Il y a également des non-linéarités lors des décharges associées à de la dissipation. Les comparaisons effectuées entre essais statiques et cycliques pour des cylindres de même composition montrent la similitude entre la courbe statique et la courbe-enveloppe des cycles [Alsulayfani, 1986].

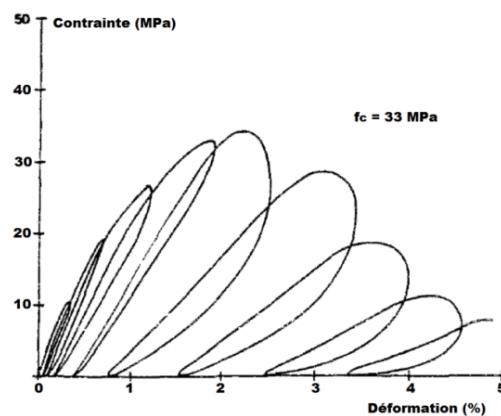


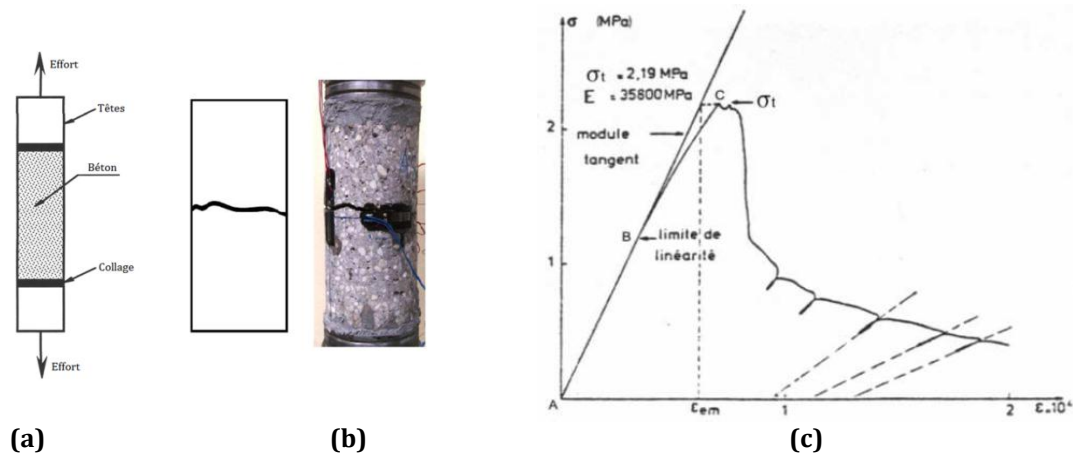
Figure 1.13 - Résultat d'un essai cyclique de compression uniaxiale [Alsulayfani, 1986]

### 1.2.2.2 Essais de traction

La résistance à la traction du béton, généralement moins de 10% de la résistance à la compression, peut être obtenue par trois types d'essais : essai de flexion, essai de fendage appelé aussi essai Brésilien et l'essai de traction directe. Les deux premiers sont classés comme des essais de traction indirecte. On va présenter ces essais dans la suite.

#### **a- Traction directe**

Cet essai est difficile à réaliser et n'est pas fréquemment utilisé au vu des difficultés d'expérimentation. Il consiste à appliquer un effort de traction sur les extrémités de l'éprouvette cylindrique à l'aide des plateaux collés (Figure 1.14a). Afin d'obtenir la partie post-pic de la courbe contrainte-déformation, il est nécessaire de piloter les plateaux en déplacement.

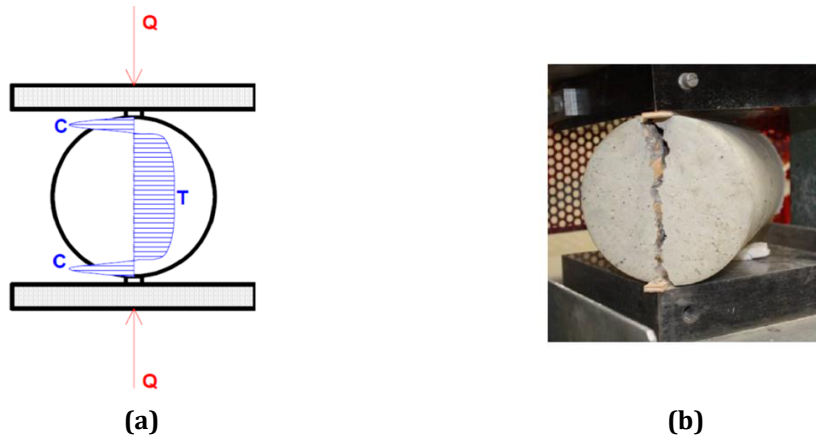


**Figure 1.14 - Essai de traction directe : (a) Principe de l'essai, (b) Rupture de l'éprouvette [Gabet, 2006] et (c) Courbe contrainte-déformation [Terrien, 1980]**

Les essais réalisés par [Terrien, 1980] ont montré que le comportement est élastique linéaire dans la partie pré-pic avec des non-linéarités qui apparaissent après atteint 50 à 60% de la résistance en traction  $\sigma_t$  (Figure 1.14c) et jusqu'à  $\sigma_t$ . Le module d'Young diminue et des microfissures se développent perpendiculairement au chargement dans la pâte de ciment. Au-delà de  $\sigma_t$ , la contrainte diminue fortement et la courbe devient plus ou moins plate jusqu'à la rupture. Les microfissures coalescent pour former une surface de rupture unique perpendiculaire à la direction de chargement (Figure 1.14b). Pour assurer l'homogénéité des contraintes au sein de l'éprouvette, le collage des plateaux doit être parfaitement centré et avoir une bonne rigidité.

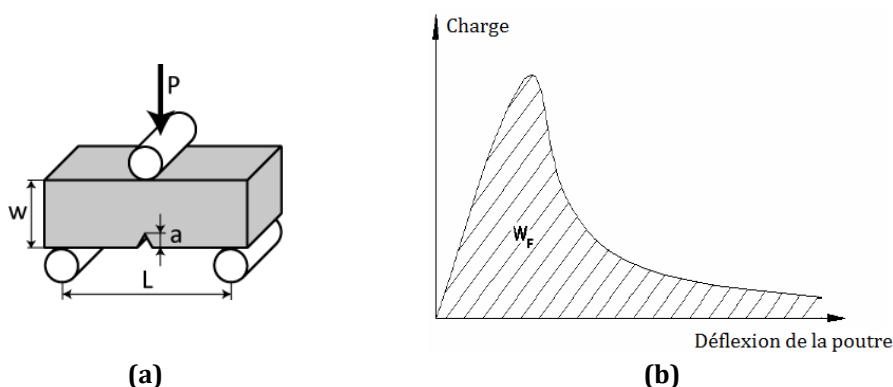
### **b- Traction indirecte**

Vu la difficulté de la réalisation des essais de traction directe, on fait souvent appel à des essais indirects : l'essai de fendage et l'essai de traction par flexion. Le premier, appelé aussi essai Brésilien, a été développé par Carneiro et Barcellos en 1953 pour étudier les matériaux rocheux, puis il a été proposé pour tester les bétons. Il consiste à appliquer diamétralement une charge sur une éprouvette cylindrique posée entre deux plateaux d'une presse (Figure 1.15). La rupture s'obtient par traction le long du diamètre vertical, entraînant un fendage vertical de l'éprouvette. L'essai brésilien présente l'avantage d'être économique et simple à réaliser. Cependant, l'état de contrainte le long du diamètre de l'éprouvette est hétérogène, ce qui limite l'interprétation des résultats de ces essais dans les calculs d'application [Picandet, 2001].



**Figure 1.15 - Essai brésilien : (a) Principe de l'essai, (b) Rupture de l'éprouvette lors d'un essai réalisé au DGC de l'ENS Cachan [Leroux, 2012]**

Le deuxième, l'essai de flexion, est le plus fréquemment utilisé pour déterminer la résistance en traction du béton. Il s'effectue sur une éprouvette prismatique qui peut être fléchi sur trois ou quatre points. La figure 1.16a montre un essai de flexion trois points avec un point de chargement et deux points d'appui. Il permet aussi de caractériser l'énergie de rupture du béton  $G_f$  qui correspond au taux de restitution d'énergie nécessaire pour créer la séparation des lèvres des fissures. Elle peut être déterminée expérimentalement par la méthode du travail de rupture (Work of Fracture Frame - WFM) proposée par Hillerborg en 1985. Le travail  $W_F$  est pris comme l'aire limitée par la courbe «charge-déplacement» et l'abscisse de déflexion de la poutre. Ensuite l'énergie de rupture est obtenue en divisant le travail  $W_F$  par la surface de la fissure créée (Figure 1.16b).



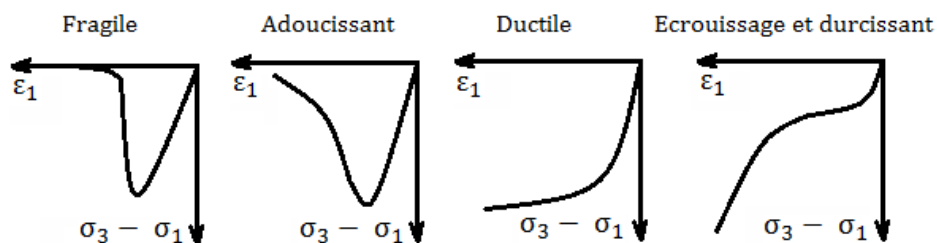
**Figure 1.16 - Essai de flexion trois points : (a) Principe de l'essai, (b) Courbe charge-déflexion de la poutre pour déterminer l'énergie de rupture  $G_f$**

Généralement  $G_f$  est déterminée par l'essai de flexion trois points au lieu des essais de traction directe car sa détermination nécessite une stabilité lors de la

réalisation de l'essai, ce qui est difficile à contrôler dans les essais de traction directe.

### 1.2.2.3 Essai triaxial

L'impact d'un missile sur un ouvrage en béton armé génère des sollicitations triaxiales avec un niveau de confinement élevé dans la zone d'impact. Alors l'étude de la vulnérabilité des structures en béton armé passe par la connaissance approfondie du comportement des bétons à ces niveaux de contraintes d'autant plus que le béton change significativement de comportement sous un fort confinement. Le confinement provoque un frottement des lèvres de fissures ainsi qu'une propagation plus stable de celles-ci, et par suite le comportement du béton devient plus ductile avec une résistance plus élevée (Figure 1.17). A de très hauts confinements, le comportement devient élasto-plastique avec écrouissage positif.



**Figure 1.17 - La transition du comportement du béton : d'un comportement fragile à la ductilité en fonction de la pression de confinement**

Les essais triaxiaux peuvent être réalisés avec confinement actif ou passif. Le premier consiste à placer l'éprouvette cylindrique dans une cellule triaxiale et à la soumettre à une pression par l'intermédiaire d'un fluide et à une contrainte axiale appliquée par un piston de chargement. Tandis que l'essai avec confinement passif, appelé œdométrique, consiste à bloquer les déformations circonférentielles de l'éprouvette cylindrique en l'insérant dans un tube métallique.

En général, les essais triaxiaux peuvent être réalisés en deux étapes via le chemin de chargement : le chargement hydrostatique assuré par le chargement latéral grâce à la montée en pression du fluide, et le chargement déviatoire axial appliqué par un piston dont le déplacement est imposé à vitesse constante. On appelle déviateur la différence entre le chargement axial et la pression radiale

induite par le fluide. Plusieurs combinaisons possibles de trajets de chargements sont présentées dans la figure 1.18 [Gabet, 2006]:

- **le chargement hydrostatique:** il consiste à appliquer une pression latérale autour de l'éprouvette et qui augmente linéairement avec le temps.
- **le chargement triaxial:** il s'effectue en sollicitant l'échantillon de façon hydrostatique jusqu'à une pression fixée par l'utilisateur, puis on charge axialement cet échantillon par le piston en maintenant la pression latérale de confinement constante.
- **le chargement proportionnel:** on sollicite l'éprouvette axialement à une vitesse de déplacement constante du piston, en maintenant la pression latérale proportionnelle au déviateur axial.
- **le chargement œdométrique:** on comprime axialement l'échantillon en bloquant les déformations radiales. Cela permet d'atteindre des pressions de confinements de l'ordre du millier de MPa.
- **le chargement en extension:** ce type de chargement n'a pas d'importance car les sollicitations mises en jeu dans ce cas sont peu rencontrées dans les ouvrages en béton armé.

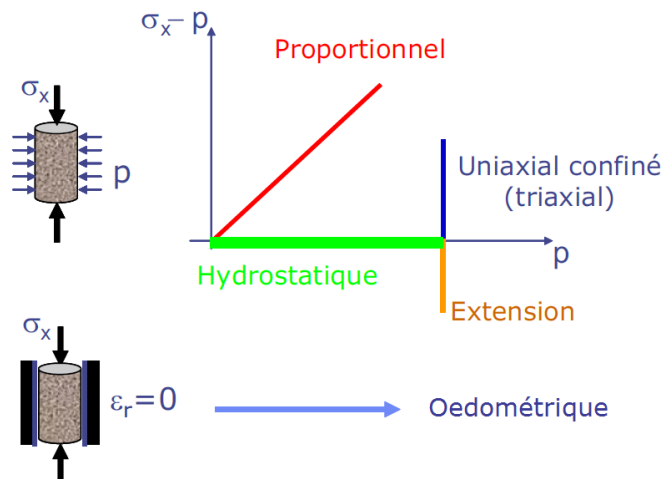
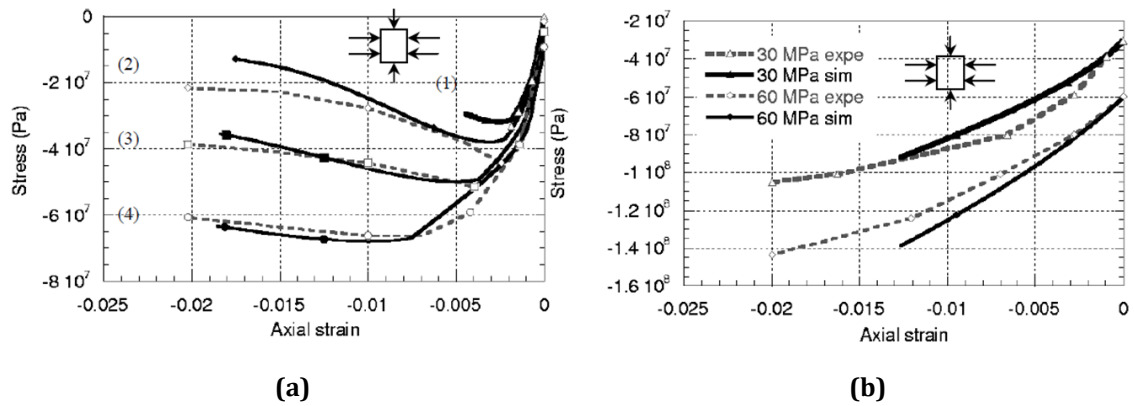


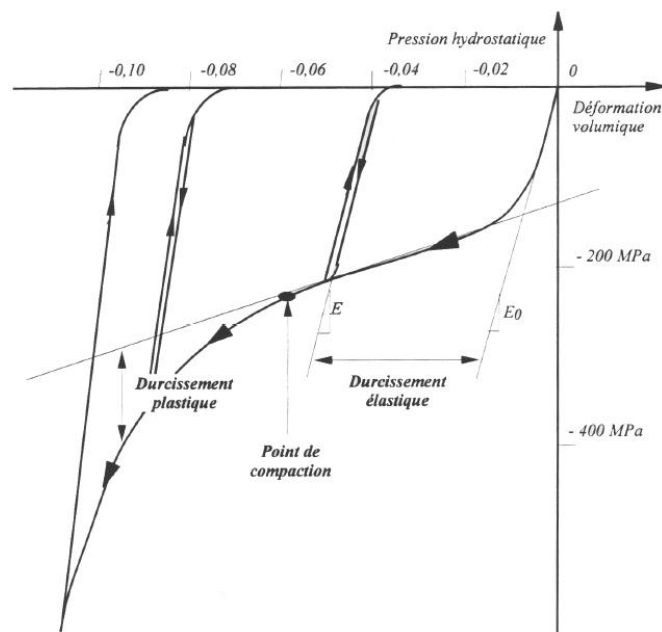
Figure 1.18 - Différents trajets de chargement triaxiaux [Gabet, 2006]

La plupart des expérimentations réalisées correspondent à des pressions de confinement inférieures à 100 MPa [Jamet *et al.*, 1984 ; Jason *et al.*, 2006]. Ces essais ont montré que le comportement adoucissant sous confinement nul devient élasto-plastique avec écrouissage positif, voire durcissant (Figure 1.19).



**Figure 1.19 - Courbes contrainte/déformation obtenues lors des essais triaxiaux par [Jason et al., 2006]. (a) Essais à faible pression de confinement de 0 à 9 MPa (b) Essais à pression de confinement moyenne de 30 à 60 MPa**

Ensuite, le progrès des équipements permettant de réaliser des essais triaxiaux ont permis d'atteindre des pressions de confinement de l'ordre de quelques centaines de MPa [Burlion *et al.*, 1998 ; Gabet, 2006]. Ces essais permettent de mettre en évidence le caractère compactant du béton sous fortes pressions de confinement (Figure 1.20).



**Figure 1.20 - Comportement compactant du béton [Burlion, 1998]**

La compaction du béton est liée à deux phénomènes irréversibles parallèles : l'endommagement de la matrice cimentaire et l'effondrement de la porosité du béton. Burlion [Burlion, 1998] a présenté de manière plus précise ce phénomène.



Tout d'abord, le comportement du béton est élastique linéaire, puis la raideur diminue avec l'endommagement structural de la matrice cimentaire. L'effondrement des pores tend à durcir le comportement (durcissement élastique), et lorsque les pores sont complètement fermés, la raideur augmente de nouveau. Le passage de la phase de durcissement élastique à la phase de durcissement plastique correspond au point de compaction.

En revanche, Vu [Vu, 2007] a présenté une étude sur l'influence du degré de saturation sur le comportement triaxial du béton (Figure 1.21). Ce travail a été effectué sur la presse triaxiale de très haute capacité de chargement (GIGA) dont dispose le laboratoire 3SR à Grenoble.

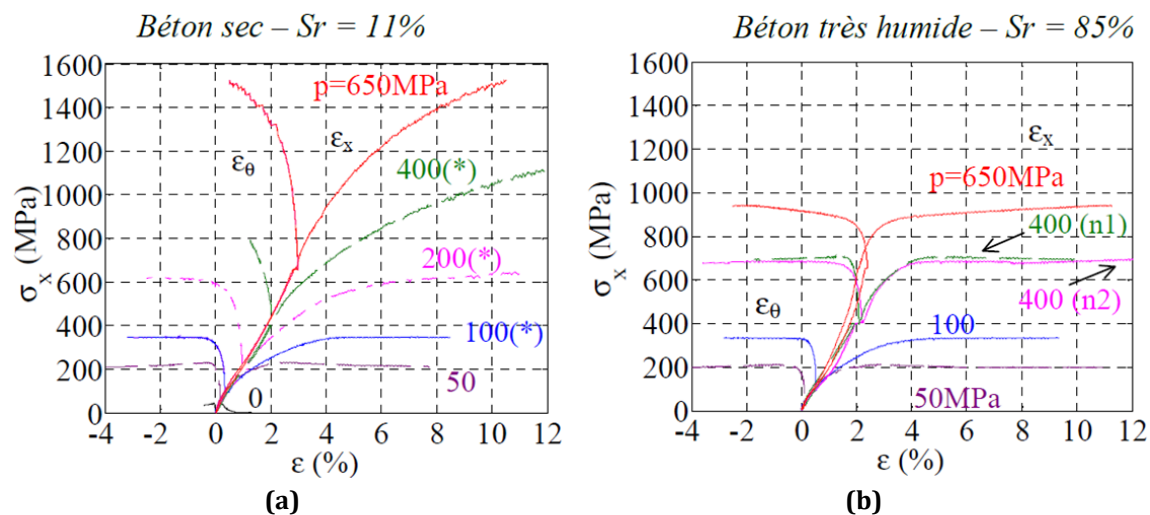
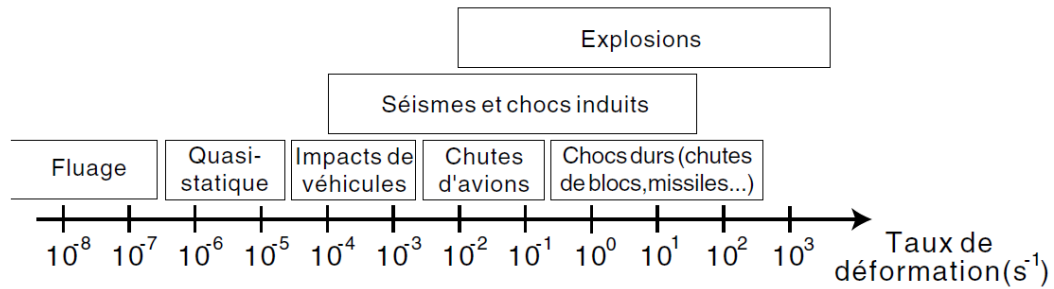


Figure 1.21 - Résultats des essais triaxiaux pour différentes pressions de confinement : (a) béton sec  $S_r = 11\%$ , (b) béton très humide  $S_r = 85\%$

### 1.2.3 Comportement dynamique

Les impacts sur les structures en béton armé impliquent des sollicitations sévères permettant d'atteindre des vitesses de déformations très élevées au sein du matériau béton. La maîtrise du comportement quasi-statique du béton ne suffit pas pour un bon dimensionnement des ouvrages en béton dans le cas des problèmes d'impact. En effet, à partir des années quarante plusieurs études ont mis en évidence la dépendance du comportement du béton à la vitesse de déformation. Les moyens expérimentaux mis en œuvre varient en fonction de la vitesse à atteindre et nécessitent des dispositifs différents pour explorer une large gamme de taux de déformation (Figure 1.22).



**Figure 1.22 - Gammes de taux de déformation [Bischoff et Perry, 1991 ; Brara, 1999]**

Par la suite, nous allons présenter les différentes études menées à partir d'essais expérimentaux pour étudier la réponse du béton à de hautes vitesses en compression et en traction. L'objectif principal de ces essais expérimentaux est de fournir les réponses expérimentales du matériau béton soumis à de grandes vitesses de déformations. Ensuite, il sera possible de poursuivre l'identification des paramètres constitutifs des lois qui régissent ces phénomènes lors de la modélisation numérique.

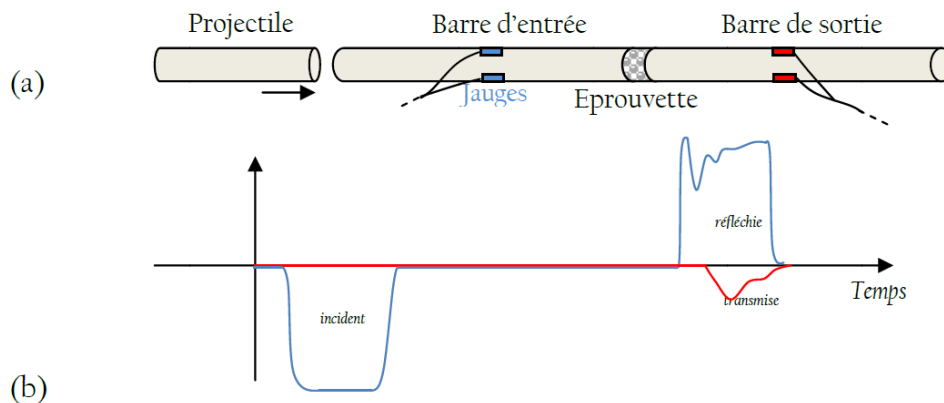
### 1.2.3.1 les essais de compression

Plusieurs études ont été conduites dans le but de caractériser la réponse du béton à de hautes vitesses en compression [Bischoff et Perry, 1991]. Des essais ont été réalisés avec des machines hydrauliques en faisant varier la vitesse de sollicitation jusqu'à atteindre des taux de déformation de l'ordre de  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Cependant, ces essais sont limités en termes de contrôle et de raideur. D'autres machines de même type utilisant un gaz sous pression, avec un système pneumatique-hydraulique, permettent d'atteindre des vitesses de déformations allant jusqu'à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Des essais Charpy ont été également réalisés et permettent de recueillir des informations concernant les contraintes, les déformations et les modes de ruptures jusqu'à des taux  $1 \text{ s}^{-1}$  [Gopalaratnam et al., 1996]. En outre, des essais de masse-tombante (Drop Weight) utilisent des poids de 50 à 100 kg lâchés à des hauteurs de 2 à 6 m pour obtenir des vitesses d'impacts de 6 à 10 m/s et permettent d'atteindre  $10^1 \text{ s}^{-1}$  [Watstein, 1953].

Toutefois, les hautes vitesses de déformation allant jusqu'à plus de  $10^2 \text{ s}^{-1}$  ne sont obtenues qu'avec la technique de la barre de Hopkinson (essai SHPB : Split Hopkinson Pressure Bars) développée initialement en 1914 [Hopkinson, 1914]. Ce

dispositif a été amélioré par [Kolsky, 1953] et a conservé la même configuration jusqu'à nos jours [Forquin et al., 2008].

L'essai SHPB est basé sur la théorie de la propagation unidimensionnelle des ondes dans un échantillon cylindrique placé entre une barre d'entrée et une barre de sortie toutes deux instrumentées de jauges de déformation. Une troisième barre qui est le projectile est projetée sur la barre d'entrée avec une certaine vitesse mesurée ce qui génère une onde incidente élastique de compression dans la barre entrante. L'onde se propage jusqu'à l'interface barre-échantillon où elle est partiellement réfléchiée en une onde de traction le reste étant transmis. L'impulsion transmise traverse l'échantillon en une onde de compression.



**Figure 1.23 - (a) Principe de l'essai de compression aux barres d'Hopkinson (b) signaux de jauges typiques du même essai sur matériau fragile [Erzar, 2010]**

Des jauges de déformation permettent de mesurer les ondes incidentes, réfléchiées et transmises (Figure 1.23). Ces mesures sont transportées dans l'espace et le temps aux faces de l'échantillon, et on en déduit les efforts et déplacements au niveau des faces au niveau des faces. La jauge de la barre d'entrée doit être placée au milieu de la barre et le projectile doit avoir une longueur inférieure à la moitié de la barre pour éviter la superposition des signaux enregistrés. La jauge de la barre de sortie doit être placée à une distance égale à dix fois le diamètre de la barre pour éviter l'effet local de Saint Venant [Safa, 2008].

On préfère utiliser des barres longues qui permettent de faire une approximation élastique unidimensionnelle car la situation devient trop complexe pour être exploitable dans le cas 2D. Un autre élément auquel il faut prêter attention est la lubrification des contacts barres-échantillons afin d'éviter des

frottements qui peuvent générer l'expansion radiale de l'éprouvette au cours de l'essai. Il faut aussi que le transport dans l'espace prenne en compte l'effet de la dispersion géométrique dans les barres [Gong *et al.*, 1990 ; Zhao *et al.*, 1996]. A cela s'ajoute la nécessité d'avoir un nombre suffisant d'aller-retours d'ondes dans l'éprouvette afin d'avoir un chargement de compression homogène ce qui oblige à utiliser des échantillons de petites tailles [Erzar, 2010].

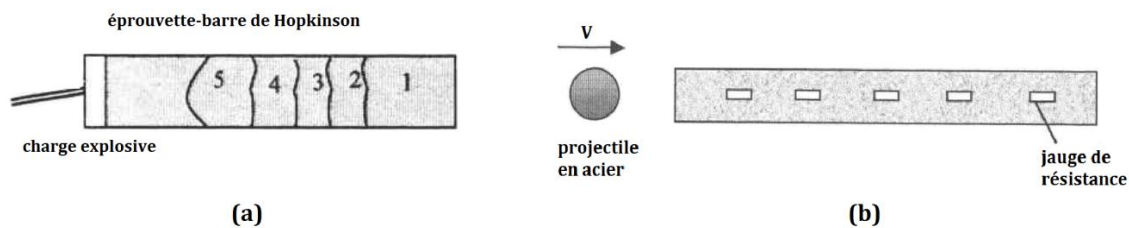
### **1.2.3.2 les essais de traction**

Dans le but de caractériser le béton en traction dynamique, plusieurs expériences ont été développées pour donner une meilleure compréhension des propriétés du béton. Il existe principalement deux dispositifs pour faire ces études : pour les essais lents, on a recours à des presses « relativement rapides » permettant une montée en charge jusqu'à 100 GPa/s environ [Toutlemonde, 1994], et pour les essais à vitesses supérieures on utilise un dispositif aux barres de Hopkinson modifiées.

Les presses hydrauliques sont généralement utilisées pour étudier les matériaux fragiles tels que le béton en quasi-statique. Mais avec le développement de ces presses, il est devenu possible de réaliser des essais rapides en traction directe ou indirecte (flexion, fendage) à vitesses de déformation maintenues constantes généralement. Cela permet d'étudier le comportement du béton à des vitesses intermédiaires environ de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  [Takeda et Tachikawa, 1971] ou à des vitesses plus élevées jusqu'à  $1 \text{ s}^{-1}$  avec les machines hydrauliques-pneumatiques [Gary et Klepaczko, 1992]. Généralement ces essais sont difficiles à réaliser dans le cas de la traction directe en raison des précautions à prendre au cours de la réalisation. Il faut éviter toute flexion parasite et les concentrations de contraintes au niveau des fixations de l'échantillon. De plus, cet essai nécessite des mesures très précises de contrainte ou de déplacement pour le pilotage ce qui n'est pas le cas généralement en raison de la forte sensibilité des résultats obtenus à l'appareillage utilisé et à l'état de microfissuration initiale du béton.

D'autre part, le développement de la technique des barres de Hopkinson et son adaptation aux essais de traction a permis d'atteindre des vitesses de chargement élevées. Le principe consiste à appliquer une impulsion de compression sur l'une des faces d'un échantillon cylindrique en béton. Cette impulsion se propage dans l'échantillon et l'onde de compression se réfléchit à

l'autre face libre en onde de traction qui peut mener à l'écaillage de l'éprouvette de béton dès que la résistance à la traction du béton est atteinte. Cette technique a été inaugurée par [Landon et Quiney, 1923] qui ont utilisé une charge explosive collée à l'extrémité d'une barre en béton de 914 mm de longueur et de 76 mm de diamètre (Figure 1.24a). L'explosion de la charge, entraînant la pulvérisation du béton sur 130 mm du côté soumis à la détonation, crée une onde se propageant dans l'échantillon et provoque l'éjection par écaillage de 4 fragments de 70 à 250 mm de longueur. Les vitesses d'éjection des fragments sont calculées à partir des mesures des distances horizontales et verticales de projection et par la suite le profil approximatif de pression initiale le long de la barre est déduit.

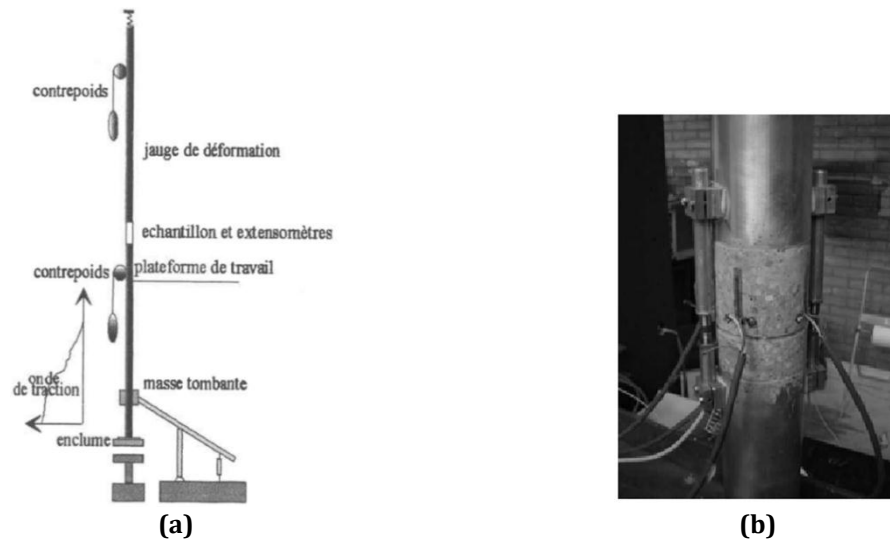


**Figure 1.24 - Schéma expérimentale d'écaillage (a) de [Landon et Quiney, 1923] et (b) de [Goldsmith et al., 1966]**

La même technique fut utilisée plus tard par plusieurs auteurs [Goldsmith *et al.*, 1966 ; Mellinger et Birkimer, 1966] qui ont eu recours à des projectiles sphériques en acier lancés par des canons à air comprimé sur des barres en béton suspendues et qui sont instrumentées à l'aide de plusieurs jauges de déformation (Figure 1.24b). Cet essai permet de mesurer la période des impulsions se propageant dans l'échantillon et permet d'atteindre des vitesses de déformation allant jusqu'à  $25 \text{ s}^{-1}$  à l'aide des temps de montée très courts (20 à 30  $\mu\text{s}$ ).

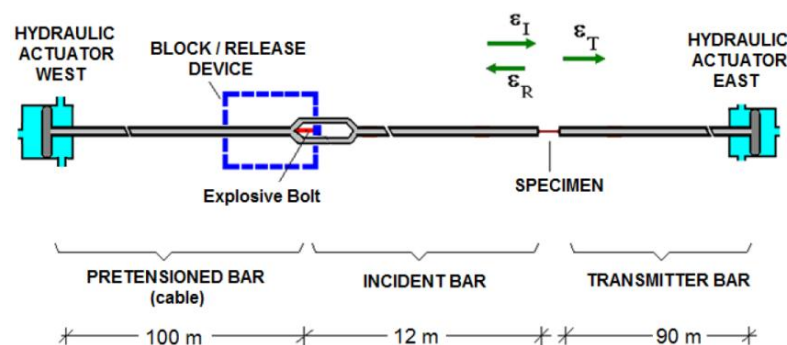
Plus récemment, les premiers essais en traction dynamique basée sur le principe de la barre de Hopkinson ont été réalisés à l'Université Technique de Delft [Zielinski et Reinhardt, 1982 ; Weerheijm et Reinhardt, 1989]. Le dispositif expérimental est constitué de deux barres de Hopkinson en aluminium de diamètre 74 mm qui sont disposées verticalement, et d'une éprouvette en béton de même diamètre et de 100 mm de longueur collée entre les deux barres (Figure 1.25). La chute d'un marteau annulaire sur un épaulement de la barre inférieure génère une impulsion de traction qui se propage vers le haut à travers l'échantillon provoquant sa rupture. Des jauges de déformations LVDT collées sur

l'éprouvette en béton permettent de mesurer les déformations au cours de l'essai. L'intérêt de cet essai est de se rapprocher des conditions idéales de l'essai statique de traction directe avec des déformations transversales pratiquement libres, un effort centré sans flexion parasite et une homogénéité de la contrainte dans la section de l'éprouvette. Avec ce dispositif, des vitesses de déformations jusqu'à  $1.5 \text{ s}^{-1}$  sont atteintes.



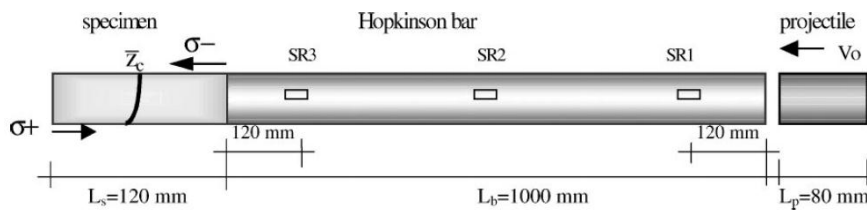
**Figure 1.25 - (a) Dispositif aux barres de Hopkinson de Delft (b) une éprouvette instrumentée de jauges de LVDT [Vegt et al., 2006]**

Un autre dispositif basé sur le principe des barres de Hopkinson a été développé au Joint Research Center (JRC) d'Ispira et permet d'étudier le comportement en traction ainsi qu'en compression dynamique du béton (Figure 1.26). L'immense montage (200 m) utilise l'énergie élastique stockée dans des câbles tendus de 100 m de longueur et qui sont rapidement relâchés pour générer l'impulsion de traction à travers les barres de Hopkinson instrumentées de jauges de déformation jusqu'à atteindre l'échantillon de béton [Cadoni *et al.*, 2006].



**Figure 1.26 - Configuration expérimentale de l'essai de traction aux barres de Hopkinson au JRC Ispira**

En outre, Klepaczko et Brara [2001] ont réalisé des essais d'écaillage en utilisant un montage dérivé de l'essai classique aux barres de Hopkinson et qui n'utilise qu'une barre d'entrée et une éprouvette cylindrique de même diamètre (40 mm) (Figure 1.27). Un projectile impactant la barre, génère une impulsion de compression incidente dans celle-ci. Au niveau de l'interface barre-éprouvette, une partie de l'onde se réfléchit dans la barre et l'autre partie est transmise à l'éprouvette. L'impulsion transmise a une longueur d'onde supérieure à la longueur de l'échantillon, l'avant du front de l'impulsion se réfléchit progressivement en traction et se superpose avec la partie encore en propagation. L'addition des deux parties génère une impulsion de traction croissante conduisant à l'écaillage de l'éprouvette.



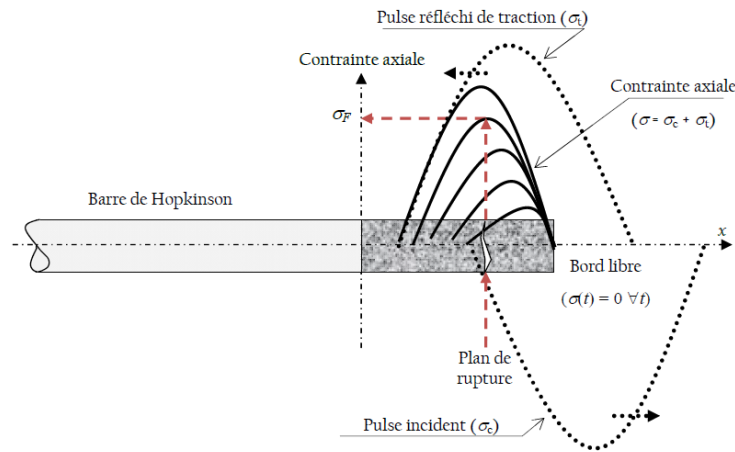
**Figure 1.27 - Configuration expérimentale de Brara et Klepaczko [2001]**

Les barres sont instrumentées de jauges de déformations dans le but de mesurer les chargements incidents et réfléchis dans la barre. Par ailleurs, la vitesse des fragments est déterminée à partir des photos prises par un système vidéo CCD rapide. Deux méthodes de dépouillement des résultats ont été proposées par ces auteurs. La première considère que la contrainte maximale à l'instant de la rupture correspond à l'endroit de la séparation des fragments de l'éprouvette. L'impulsion transmise au cylindre en béton est déterminée à partir des signaux incidents et réfléchis des jauges et est utilisée pour reconstruire l'historique du chargement dans l'échantillon avant l'endommagement en calculant la superposition des impulsions incidente et réfléchie sur le bord libre (Figure 1.28). La deuxième méthode de dépouillement consiste tout d'abord à déterminer la vitesse de séparation des fragments  $V_{séparation}$  évaluée à partir des images capturées par le dispositif CCD, et puis à calculer la résistance dynamique en se basant sur la propagation des ondes élastiques :

$$\sigma_{dyn} = \rho C_0 V_{séparation} \quad [1.4]$$

où  $\rho$  et  $C_0$  représentent respectivement la masse volumique du béton ( $\text{kg/m}^3$ ) et la célérité des ondes élastiques (en  $\text{m/s}$ ) définie par la relation suivante :

$$C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad , \quad E = \text{module d'Young du béton} \quad [1.5]$$



**Figure 1.28 - Méthode de dépouillement utilisée par Klepaczko et Brara [Erzar et Forquin, 2009]**

Une troisième formule de dépouillement a été proposée par [Schuler *et al.*, 2006] en se basant sur l'allure de la vitesse sur la face libre de l'éprouvette. Cette face est instrumentée d'un accéléromètre qui enregistre le signal d'accélération à cet endroit et ensuite par intégration, on obtient l'évolution de la vitesse requise. La formule utilise une approximation acoustique linéaire introduite par [Novikov *et al.*, 1966] :

$$\sigma_{dyn} = \frac{1}{2} \rho C_0 \Delta V_{pb} \quad [1.6]$$

où  $\Delta V_{pb}$  appelé « pullback velocity » correspond à la différence entre la vitesse maximale atteinte et la vitesse de rebond (Figure 1.29). Erzar et Forquin [2010] ont présenté ensuite une discussion critique des trois méthodes détaillées ci-dessus pour vérifier leur aptitude à évaluer la résistance dynamique d'écaillage. Dans ce but, ils ont réalisé plusieurs simulations numériques afin d'apprécier la capacité à évaluer la résistance dans le cas des ruptures localisées et d'un endommagement diffus. Les résultats numériques ont aboutis au choix de la formule de [Schuler *et al.*, 2006] comme la meilleure méthode de dépouillement,



méthode qui permet de bien évaluer la résistance dynamique en traction que ce soit pour un endommagement localisé ou diffus.

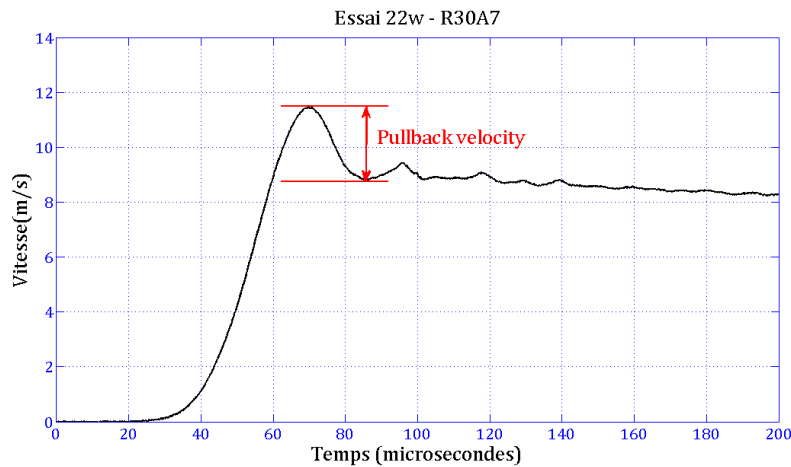


Figure 1.29 - Signal de vitesse en face arrière au cours d'un essai d'écaillage [Erzar, 2010]

D'ailleurs, un nouveau montage expérimental pour étudier le béton en traction dynamique a été développé au LPMM (Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux) à Metz par Erzar et Forquin [2010]. Ce montage, basé sur la configuration imaginée par Klepaczko et Brara [2001], consiste en un canon composé de plusieurs éléments (réservoir d'un gaz sous pression, vanne rapide, tube lanceur), un projectile cylindrique inséré au fond d'un tube lanceur et une barre de Hopkinson. L'impact du projectile sur la barre génère une impulsion de compression qui est transmise à l'éprouvette après propagation dans la barre et se réfléchit en onde de traction au bord libre pour mener à l'écaillage du cylindre de béton (Figure 1.30). Le projectile et la barre ont été réalisés en alliage d'aluminium ayant une impédance très proche de celle du béton, ce qui limite la réflexion au niveau de l'interface barre-éprouvette.

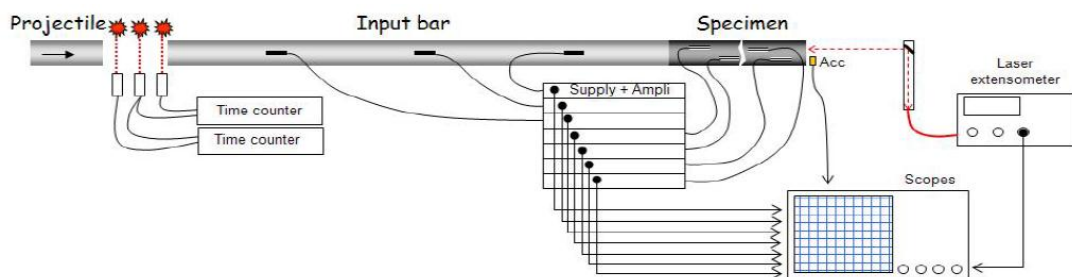
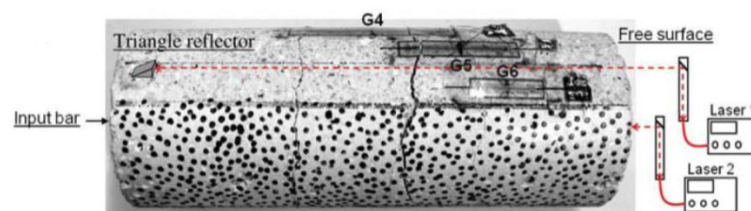


Figure 1.30 - Schéma du montage de l'essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010]

Le montage est bien instrumenté pour effectuer les différentes mesures nécessaires. Des faisceaux de photodiodes permettent de déterminer la vitesse d'impact du projectile sur la barre. Des jauges de déformation sont placées sur la barre afin de mesurer les signaux incidents et réfléchis, et d'autres sont aussi placées directement sur l'éprouvette ; toutes les jauges sont reliées à un oscilloscope. Un extensomètre laser, basé sur l'effet Doppler, permet de déterminer d'une manière très précise la vitesse en face arrière de béton sans contact avec l'éprouvette. Pour mesurer l'impulsion de compression transmise à l'éprouvette, un autre extensomètre laser est utilisé pointant sur un réflecteur collé sur la surface extérieure proche de l'interface barre-éprouvette (Figure 1.31).



**Figure 1.31 - Instrumentation d'une éprouvette de microbéton lors d'un essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010]**

La célérité des ondes dans le béton peut être déterminée à partir de la différence entre le temps correspondant à la valeur maximale enregistrée par une jauge de déformation et celui correspondant à la valeur maximale de la vitesse mesurée sur la face libre, et cela tout en connaissant la distance entre la jauge et la face libre. Par conséquent, le module d'Young dynamique est déterminé par la formule suivante :

$$E_{dyn} = \rho C_0^2 \quad [1.7]$$

Ensuite, on relève sur le profil de vitesse en face arrière la valeur de « pullback velocity »  $\Delta V_{pb}$  et puis on peut évaluer la résistance dynamique de l'éprouvette en béton testée à l'aide de la formule (2.8). Une contrainte élastique équivalente est calculée pour chaque signal expérimental enregistré soit par les jauges ou les lasers :

- $\sigma_{eq} = E_{dyn} \varepsilon(t)$  pour les jauges
- $\sigma_{eq} = \rho C_0 V_1(t)$  pour le laser 1 (Figure 1.31)
- $\sigma_{eq} = \frac{1}{2} \rho C_0 V_2(t)$  pour le laser 2 (Figure 1.31)

En reportant la résistance dynamique calculée sur le graphe, on peut déterminer l'instant de rupture correspondant qui peut être exploité afin d'identifier la position du plan d'endommagement responsable du rebond de vitesse en face arrière. Connaissant l'instant de rupture et la position de la jauge la plus proche au plan d'endommagement, on peut évaluer la vitesse de déformation atteinte dans la zone endommagée à l'instant de rupture (Figure 1.32).

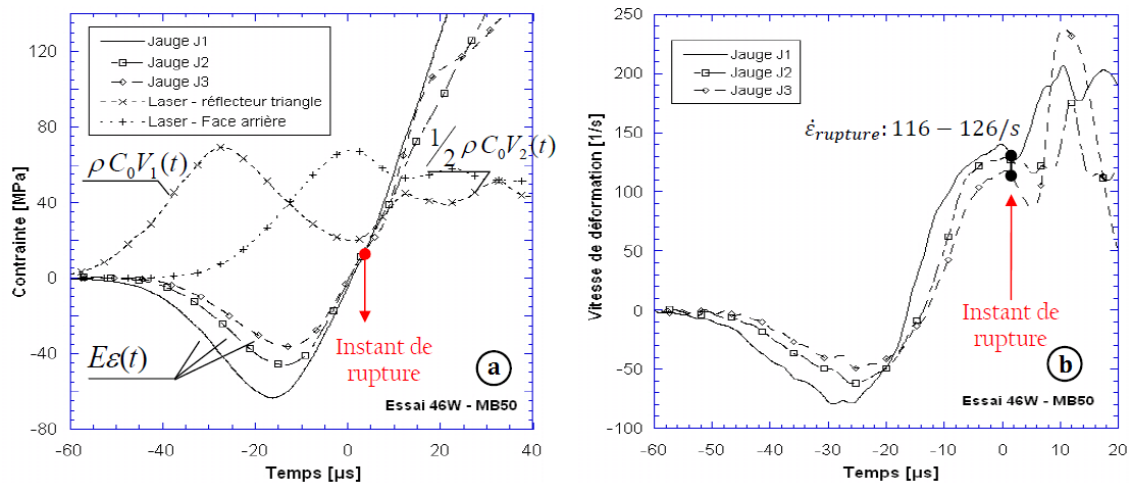
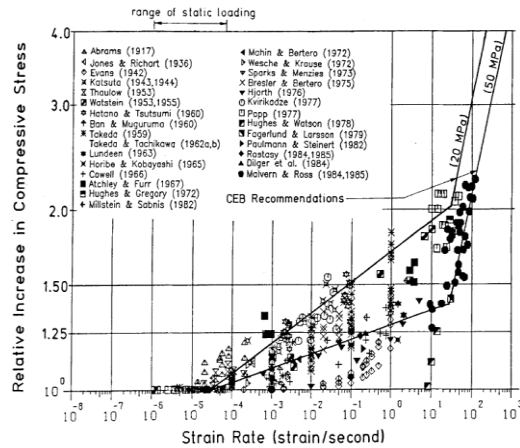


Figure 1.32 - Evolution temporelle (a) des contraintes élastiques équivalentes et (b) des vitesses de déformation dérivée des signaux des jauges [Erzar, 2010]

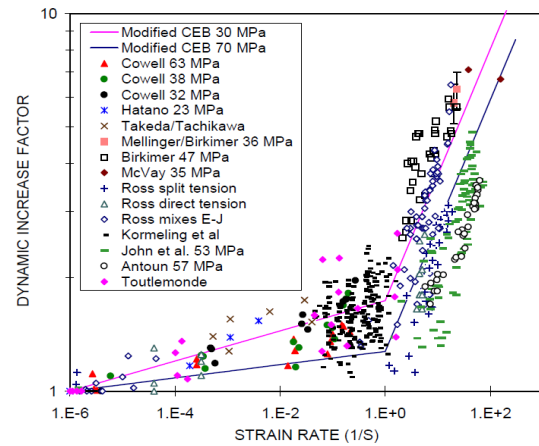
### 1.2.3.3 L'effet de vitesse

Précédemment on a vu la synthèse de différents résultats expérimentaux sur le comportement dynamique du béton en compression et en traction. Le comportement dynamique dans les deux cas montre un accroissement bilinéaire de la résistance dynamique en fonction de la vitesse de déformation à l'échelle logarithmique, néanmoins l'effet de vitesse est plus important en traction (Figure 1.34) qu'en compression (Figure 1.33).

Dans les deux cas, plusieurs auteurs ont mis en évidence l'influence de l'eau libre sur l'accroissement de la résistance dans le premier régime linéaire lent défini entre le régime quasi-statique et  $\dot{\epsilon} < 30 \text{ s}^{-1}$  pour le cas de la compression, et entre le régime quasi-statique et  $\dot{\epsilon} < 1 \text{ s}^{-1}$  pour le cas de la traction [Rossi, 1991 ; Toutlemonde, 1994 ; Cadoni *et al.*, 2001].



**Figure 1.33 - Augmentation de la résistance à la compression en fonction de la vitesse de déformation [Bischoff et Perry, 1991]**



**Figure 1.34 - Evolution de la résistance dynamique de traction en fonction du logarithme de la vitesse de déformation [Malvar L. et Crawford J., 1998]**

Rossi [1991] a introduit une interprétation de ce phénomène en se basant sur la présence de l'eau capillaire dans les pores du béton. Le béton a un comportement fragile et sa rupture est due à la microfissuration interne. Sous sollicitations dynamiques, les parois des pores mouillées tendent à être écartées l'une de l'autre, cependant le film d'eau visqueux exerce une force de rappel qui s'oppose à l'ouverture des pores. Elle est d'autant plus grande que la vitesse de séparation est grande. Cette force, nommée aussi l'effet Stefan, est calculée en considérant l'effet visqueux d'une couche de liquide de volume  $V$  et de viscosité  $\eta$  située entre deux plaques infinies distantes de  $h$ :

$$F = \frac{3\eta V^2}{2\pi h^5} \frac{dh}{dt} \quad [1.8]$$

Les résultats des essais obtenus par les mêmes auteurs montrent que l'effet Stefan est plus évident pour des bétons humides que secs. Le chargement macroscopique appliqué au matériau béton est repris à l'échelle de la microstructure d'une part par le squelette solide mais aussi par les effets visqueux au sein du fluide. Cet effet permet d'expliquer à l'échelle microscopique l'augmentation de la résistance dynamique, mais on ne peut pas faire un passage quantitatif entre cette approche et les effets observés à l'échelle macroscopique (Figure 1.35).

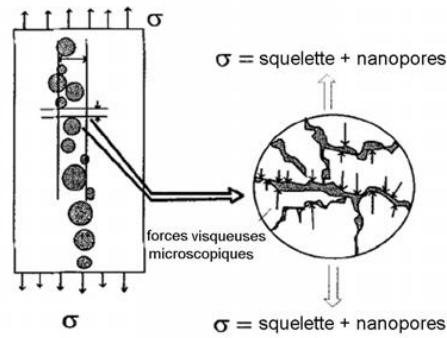


Figure 1.35 - Explication schématique de l'effet de vitesse dû à l'effet Stefan [Toutlemonde, 1994]

Une campagne expérimentale a été réalisée par Toutlemonde [1994] sur plusieurs bétons en traction directe. Les résultats obtenus montrent une faible influence du rapport eau sur ciment ( $e/c$ ) sur l'augmentation de résistance, tandis que l'augmentation de la résistance dépend bien du degré d'humidité du béton avec une augmentation de résistance de 4 à 5 MPa pour les bétons humides et de 1 MPa pour le béton sec (Figure 1.36). D'autres ont attribué la différence entre les résistances des bétons humides et secs en dynamique rapide à l'endommagement du squelette dû au séchage qui provoque une microfissuration de la pâte de ciment après évaporation de l'eau [Burlion, 2009]. En revanche, Erzar [2010] a confirmé l'influence majoritaire de la viscosité de l'eau libre dans le béton en menant des essais dynamiques sur des éprouvettes séchées puis ré-infiltrées à l'eau, et les résultats obtenus ont montré des résistances similaires aux bétons humides.

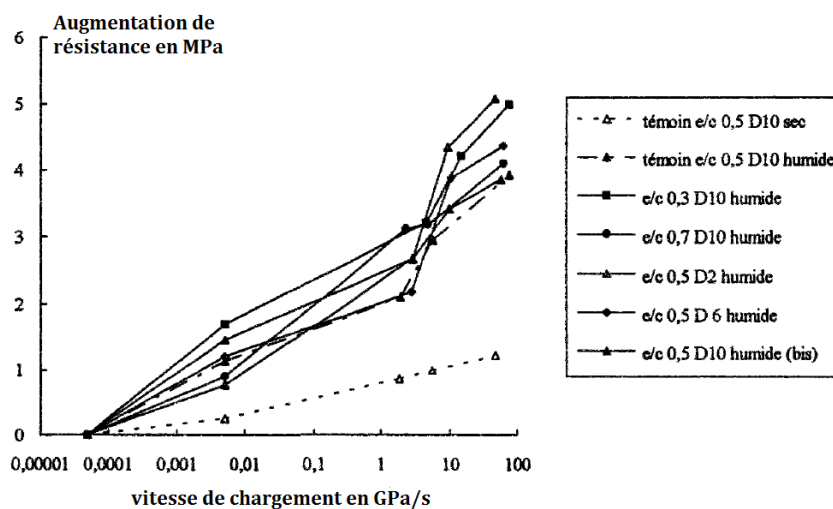
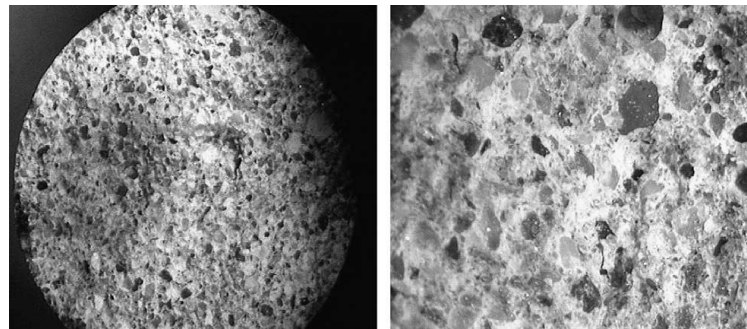


Figure 1.36 - Evolution de l'augmentation de résistance en fonction de la vitesse de chargement pour les bétons testés par Toutlemonde [1994].

Par contre, le second régime linéaire de l'effet de vitesse ( $\dot{\epsilon} > 30 \text{ s}^{-1}$ ) ne peut pas être expliqué par le seul effet Stefan en compression et en traction. En effet, même si les bétons humides montrent une sensibilité plus importante à la vitesse de chargement, un effet de vitesse existe bien pour les bétons secs dans le second régime d'accroissement de résistance dynamique [Brara et Klepaczkzo, 2006].

En compression, plusieurs études numériques ont souligné l'importance d'un confinement induit dans l'échantillon de béton qui a tendance à s'étendre latéralement sous compression dynamique importante (effet structurel). Sous chargement dynamique rapide, le béton n'a pas le temps de se décharger latéralement par effet Poisson, ce qui génère des contraintes inertielles radiales assurant un confinement latéral autour du noyau central du béton [Janach, 1976 ; Bailly, 1994]. Ces effets d'inertie permettent d'accroître la résistance dynamique et le degré de microfissuration. Des modèles numériques ont permis de confirmer cette hypothèse inertielle et de reproduire l'effet de vitesse trouvée expérimentalement [Donze F. *et al.*, 1999]. Cet effet observé à fortes vitesses de déformation n'est donc pas un effet dû au matériau mais dû au caractère non homogène de l'état de contraintes et aux contraintes inertielles radiales qui confinent l'échantillon.



**Figure 1.37 - Surface de rupture avec les granulats cassés dans les essais d'écaillage [Brara et Klepackzko, 2006]**

En traction, l'augmentation de la résistance dans la gamme des vitesses de déformation élevée ( $\dot{\epsilon} > 1 \text{ s}^{-1}$ ) ne peut pas être expliquée de la même façon qu'en compression par un effet structurel dû à l'apparition d'un état de contrainte non homogène. En effet, le même principe d'effets inertiels en compression provoque un état de contrainte similaire à de la traction triaxiale, ce qui n'entraîne pas une augmentation de la résistance. Cela signifie que l'effet de vitesse dans cette gamme

de vitesse a une autre origine. La rupture en traction se caractérise généralement par la propagation des microfissures dans la pâte de ciment qui a une résistance plus faible que les granulats. Une explication possible est due à Zielinski [1982], sous des vitesses de chargement importantes, les microfissures n'ont pas le temps de choisir le chemin le moins résistant pour s'y propager et sont obligées de passer à travers les granulats ce qui nécessite beaucoup plus d'énergie (Figure 1.37). Par conséquent, cela engendre une augmentation de la résistance au niveau macroscopique.

Dans le but de décrire l'effet de vitesse en traction, le CEB (Comité Euro-International du Béton) a établi la formule empirique suivante :

$$DIF = \frac{f_t}{f_{ts}} = \begin{cases} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^\delta & \text{pour } \dot{\epsilon} \leq 1 \text{ s}^{-1} \\ \beta \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^{1/3} & \text{pour } \dot{\epsilon} \geq 1 \text{ s}^{-1} \end{cases} \quad [1.9]$$

où :

- DIF = (Dynamic Increase Factor) est le rapport entre la résistance dynamique  $f_t$  et la résistance quasi-statique  $f_{ts}$
- $f_t$  = la résistance de traction dynamique à  $\dot{\epsilon}$
- $f_{ts}$  = la résistance de traction simple quasi-statique à  $\dot{\epsilon}_s$
- $\dot{\epsilon}_s$  = la vitesse de déformation quasi-statique de référence ( $10^{-6} \text{ s}^{-1}$ )
- $\delta = 1/(1 + 8 \frac{f_{cs}}{f_{c0}})$  ,  $f_{cs}$  = la résistance de compression simple quasi-statique à  $\dot{\epsilon}_s$
- $\log \beta = 6 \delta - 2$
- $f_{c0} = 10 \text{ MPa}$

Cette loi empirique proposée par la CEB peut nous servir, dans sa forme bilinéaire en échelle logarithmique, pour modéliser l'effet de vitesse intrinsèque au matériau en traction. A l'opposé, en compression simple, l'effet de vitesse est un effet de structure donc il n'y a pas besoin d'augmenter la résistance du matériau avec la vitesse dans le modèle numérique.

## 1.3 Outils numériques

L'étude des problèmes d'impacts sur les ouvrages en béton fait appel à de nombreuses méthodes de résolutions théoriques et d'analyses numériques. De nos jours, grâce au développement des outils informatiques, la modélisation numérique est devenue l'approche adoptée pour traiter ce type de problèmes. Elle représente un outil bien économique par rapport au coût élevé des travaux expérimentaux dans ce domaine d'études. L'objectif essentiel des simulations numériques est de pouvoir prédire le comportement exact dans des zones fortement sollicitées et présentant de grandes non-linéarités matérielles ou géométriques et des phénomènes discontinus. Elles doivent prendre en compte non seulement les phénomènes de fragmentations locales mais aussi les vibrations à l'échelle structurelle. Plusieurs difficultés existent au niveau du choix de l'échelle de modélisation et sa pertinence par rapport au problème posé. Dans la suite, on présentera une liste des types de modélisation principales parmi lesquelles on distingue les méthodes continues, les méthodes discrètes et plus récemment les méthodes multi-échelles qui couplent les deux méthodes précédentes. Chaque type de modélisation possède ses avantages ainsi que ses inconvénients.

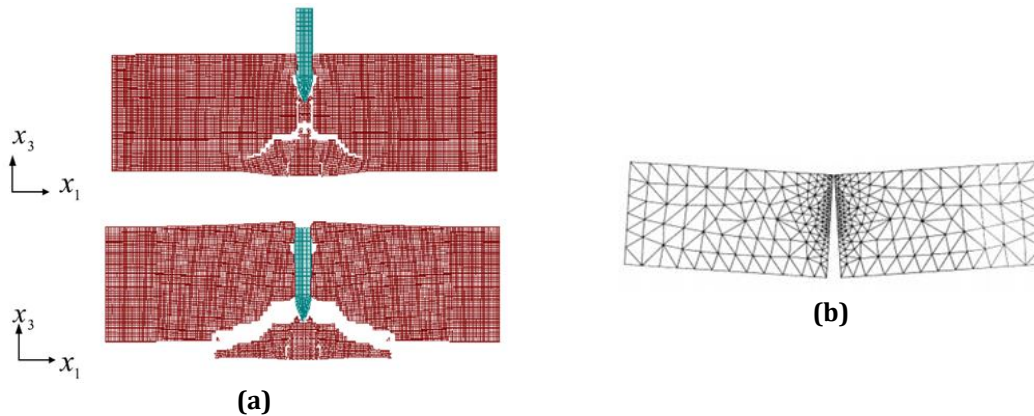
### 1.3.1 Méthodes continues

Ce type de modélisation est le plus utilisé par les ingénieurs pour les calculs des structures en bureaux d'études. Parmi les méthodes continues, on peut citer tout d'abord la méthode des éléments finis [Zienkiewicz et Taylor, 1991] qui fait partie des méthodes à maillage fixe. Cette méthode, qui est très couramment utilisée pour l'analyse et le dimensionnement des ouvrages en béton armé, permet de reproduire la complexité du comportement du béton en faisant appel à des modèles de plus en plus complexes.

Dans notre étude, l'un des problèmes de la modélisation provient de la nécessité de parvenir à représenter des fissurations et des fragmentations. Certaines approches utilisent la notion de variable d'endommagement variant de 0 à 1 pour représenter un matériau intact ou rompu [Mazars, 1984]. Mais dans le cas de fortes discontinuités, comme le cas de la fissuration ou de la fragmentation, d'autres auteurs ont introduit un critère d'érosion qui consiste à supprimer chaque élément qui a atteint un seuil de déformation plastique [Teng *et al.*, 2004] (Figure



1.38a). Une autre méthode permet de suivre la propagation de la fissure en introduisant des discontinuités aux interfaces entre les éléments finis [Ortiz et Pandolfi, 1999]. Cependant, cette dernière méthode nécessite un coût de calcul important et une adaptation de maillage (Figure 1.38b) ; cette dépendance au maillage n'assure pas la conservation de l'énergie de rupture.

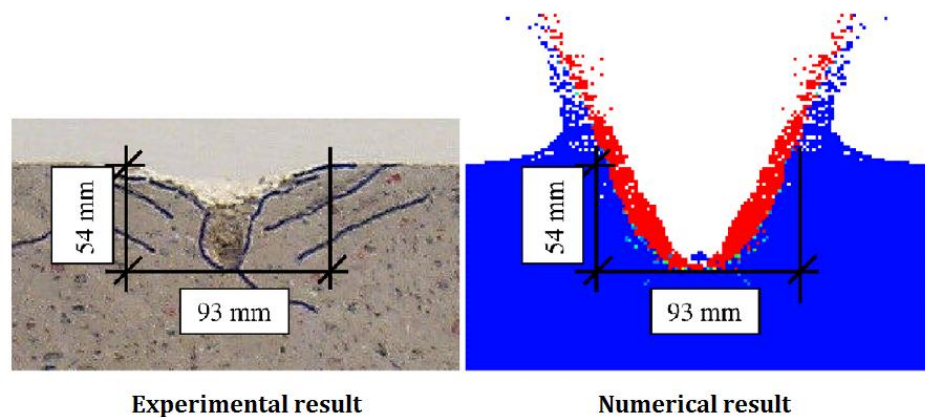


**Figure 1.38 - (a) Simulation d'un impact de missile sur une dalle en béton armé [Teng et al., 2004] (b) Simulation d'un test de flexion trois points [Ortiz et Pandolfi, 1999]**

Plus récemment, une nouvelle méthode appelée XFEM (eXtended Finite Element Method) a été introduite par [Sukumar *et al.*, 2000] afin de suivre la propagation des fissures. Elle est basée sur la création d'une discontinuité en déplacement à l'intérieur de l'élément et permet d'éviter le remaillage en découplant la géométrie de la fissure et le maillage des éléments finis. La méthode XFEM a soulevé l'intérêt de plusieurs chercheurs qui ont fait des modélisations en quasi-statique [Daux *et al.*, 2000 ; Réthoré *et al.*, 2005] mais elle est toujours en plein développement et nécessite des améliorations pour être utilisable en dynamique et avec de nombreuses discontinuités comme on peut le rencontrer lors de la fragmentation. Les différentes méthodes exposées précédemment, présentent toujours des difficultés pour prendre en compte les cycles d'ouverture et fermeture des fissures lors d'un chargement dynamique présentant globalement ou même localement des cycles de chargement/déchargement.

Par ailleurs, il existe des méthodes continues dites « sans maillage » dont la plus connue est la méthode SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) inspirée de la mécanique des fluides et adaptée à la mécanique des solides [Fries et Matthies, 2003]. Cette méthode, dans laquelle les nœuds ne sont pas liés à la structure, présente l'avantage de ne pas avoir besoin d'adapter le maillage pour suivre les discontinuités, et donne de très bons résultats dans le cas d'impacts à grandes

vitesses [Leppänen, 2006] (Figure 1.39). Néanmoins, ces méthodes semblent peu adaptées pour décrire la fissuration et le possible contact entre les lèvres des fissures. Il existe d'autres méthodes « sans maillage » mais elles sont très peu utilisées pour les calculs d'impacts à cause de leurs coûts de calcul élevés. Parmi ces approches, on peut citer les méthodes Element-Free Galerkin [Nayroles *et al.*, 1992]].



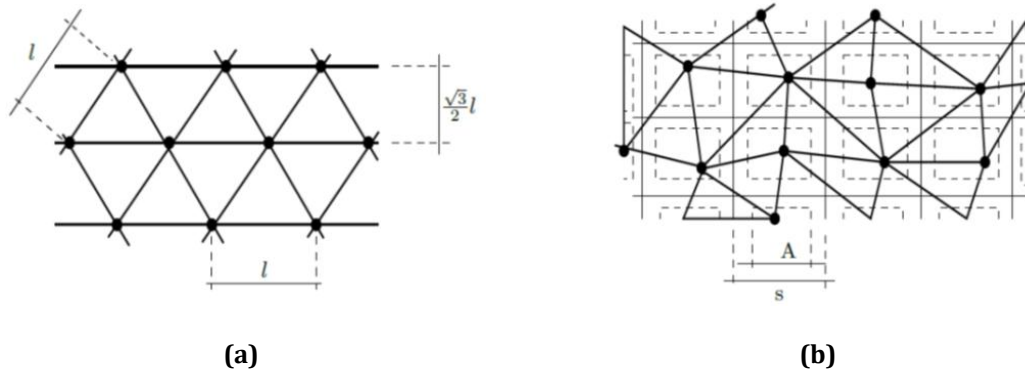
**Figure 1.39 - Simulation d'impact sur une plaque en béton avec la méthode SPH [Leppänen, 2006]**

### 1.3.2 Méthodes discrètes

Dans le paragraphe précédent, on a vu les difficultés rencontrées par les méthodes continues lors de la représentation des discontinuités dans les matériaux. Dans le cas des problèmes d'impacts, les phénomènes de fragmentation et de fracturation du matériau sont les aspects majeurs mis en jeu. Dans ce cadre, plusieurs auteurs ont introduit des méthodes discrètes afin d'étudier le comportement dynamique des milieux cohésifs tels que le béton [Hentz, 2003]. Ces méthodes s'inspirent des méthodes discrètes initialement développées pour étudier le comportement des milieux granulaires [Calvetti *et al.*, 2003]. Généralement, les méthodes discrètes se divisent en deux types: les Lattices Models et les Modèles Éléments Discrets.

La première famille de méthodes discrètes, les Lattice Models, consiste à discrétiser un milieu par des éléments linéiques auxquels un comportement local est affecté et qui peut être celui d'une poutre, d'une barre ou d'un ressort associé à un critère de rupture : l'élément est supprimé dès que le critère est atteint. La géométrie du système étudié est décrite par un réseau de nœuds reliés par les

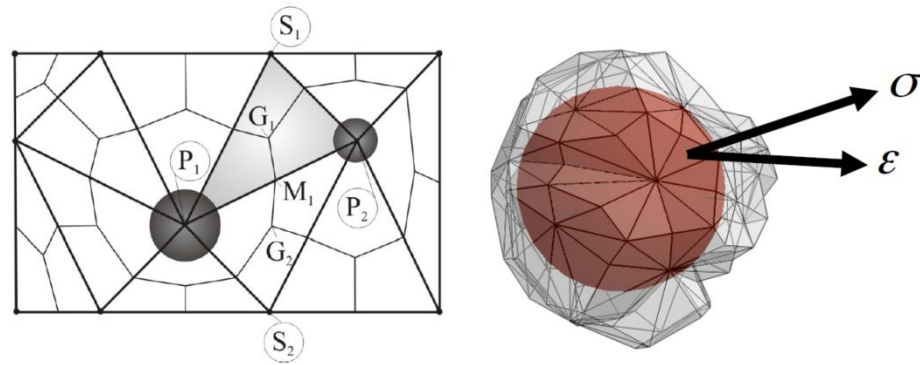
éléments linéiques (Figure 1.40). Ce réseau peut être en 2D ou en 3D et il peut être régulier ou irrégulier.



**Figure 1.40 - Réseau de nœuds (a) régulier et (b) irrégulier d'un Lattice Model**

Cette approche permet de prendre en compte le caractère hétérogène du béton en utilisant un réseau aléatoire de nœuds avec une certaine distribution de propriétés physiques élastiques ou de rupture des éléments linéiques afin de décrire la répartition des agrégats [Van Vliet, 2000]. Parmi les applications de cette méthode, on peut citer l'étude du comportement des roches soumises à une explosion en utilisant un modèle de nœuds reliés par des ressorts [Song et Kim, 1996], mais elle nécessite une capacité de calcul importante car la modélisation est faite à une échelle très fine. Cependant, ces méthodes présentent plusieurs limitations. On peut citer principalement l'influence de la répartition des nœuds sur la direction de fissuration (direction privilégiée) et aussi la difficulté à gérer le comportement post-rupture.

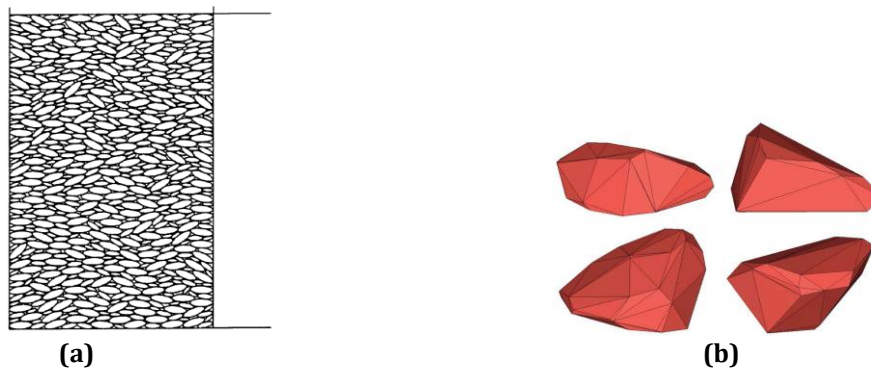
Plus récemment, un modèle de type Lattice a été proposé par Cusatis et appelé Lattice Discrete Particle Model (LDPM). Ce modèle est basé aussi sur la triangulation de Delaunay qui relie les centres des agrégats. Une tessellation du domaine défini par les triangles créés permet de définir des cellules polyédriques utilisées pour gérer les contacts à travers les facettes extérieures (Figure 1.41) [Cusatis et al., 2011a ; Cusatis et al., 2011b]. Ce modèle a été calibré et validé sur différents types de béton et dans différentes configurations quasi-statiques et dynamiques : essais de compression et traction uniaxiaux, essais de compression biaxiaux et triaxiaux, essais cycliques, essais d'impact et de pénétration....etc.



**Figure 1.41 - Triangulation de Delaunay et création des cellules polyédriques utilisées pour le modèle LDPM**

La deuxième grande famille des méthodes discrètes est la Méthode des Éléments Discrets (MED) initialement développée par Cundall et Strack [1979] sous le nom de la méthode des éléments distincts pour traiter les milieux granulaires. Le comportement du modèle résulte de l'interaction entre les différents éléments suivant des lois constitutives simples. Généralement, le chemin d'intégration utilisé est explicite et les interactions sont gérées par deux raideurs, normale et tangentielle qui permettent de calculer les efforts locaux après calcul des déplacements relatifs entre les éléments.

Plusieurs modèles inscrits sous le même titre ont été développés par plusieurs auteurs. On peut citer d'abord la méthode de la dynamique moléculaire développée par les physiciens pour étudier le comportement des fluides à l'échelle atomique [Walton, 1984] où les éléments sont sphériques et rigides. D'autres auteurs ont créé des modèles basés sur la méthode proposée par Cundall et Strack [1979] en utilisant des éléments de différentes formes : elliptiques [Ting *et al.*, 1995] ou polyédriques [Azéma, 2007] (Figure 1.42). Ces méthodes ont l'avantage de plus se rapprocher de la forme réelle des particules des géomatériaux par rapport aux formes sphériques et de limiter également la rotation excessive dans le cas des sphères qui peut affecter le comportement macroscopique du volume étudié. Cependant, le processus de la détection des nouveaux contacts au cours du calcul est très coûteux et limite son utilisation dans le cas des simulations à grande échelle. Certains auteurs ont introduit une simple raideur dans le calcul du moment en 2D pour limiter la rotation des éléments sphériques [Iwashita et Oda, 1998] en imposant une loi de comportement moment-rotation.

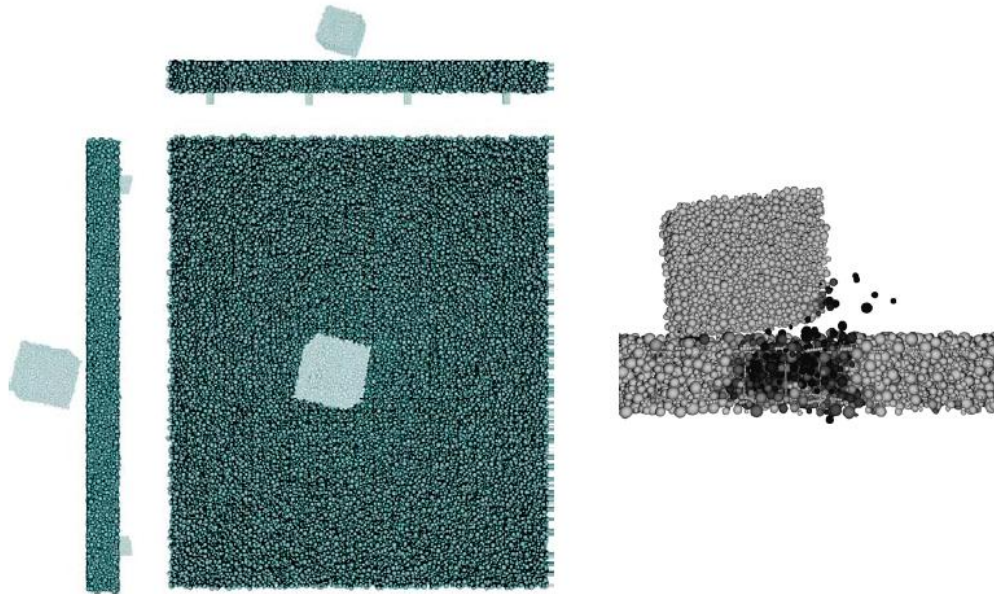


**Figure 1.42 - Méthodes discrètes avec différentes formes d'éléments : (a) un essai de cisaillement biaxial d'un milieu granulaire en 2D avec des éléments elliptiques [Ting et al., 1995], (b) Exemple d'éléments polyédriques [Azéma, 2007]**

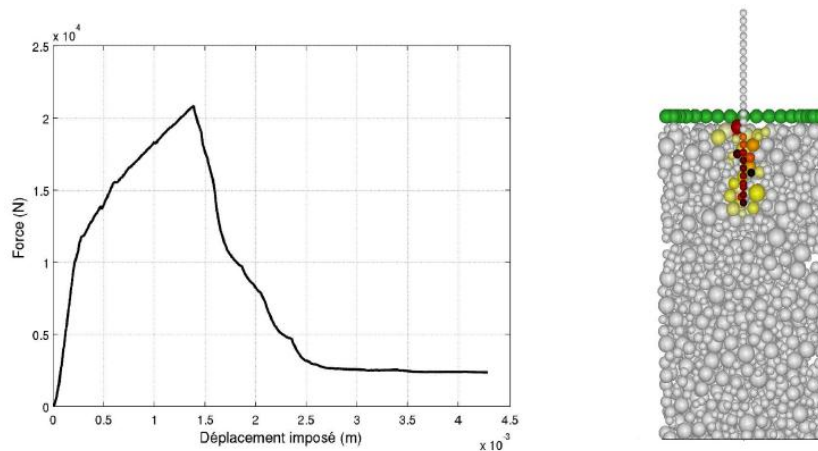
Dans le cas du matériau béton, la méthode des éléments discrets a été utilisée pour modéliser les problèmes d'impact. [Sawamoto *et al.*, 1998] ont utilisé cette méthode en introduisant le critère de Mohr-Coulomb localement dans le but de simuler l'impact dur sur une dalle en béton armé. La simulation a permis de quantifier la force d'impact et de représenter la procédure de pénétration pendant l'impact.

Plus récemment, Hentz [2003] a développé un modèle éléments discrets utilisant des sphères rigides de différentes tailles. Il a introduit deux types d'interactions : les interactions de contact et les interactions cohésives qui sont contrôlées par un rayon d'interaction. Un critère de Mohr-Coulomb a été utilisé localement et les paramètres ont été calibrés par des essais de compression et traction quasi-statiques. La géométrie du système étudié est décrite dans ce cas par un maillage créé en utilisant un processus de désordre appliqué sur un assemblage régulier de sphères. Le modèle a montré sa capacité à modéliser les essais aux barres de Hopkinson dynamiques [Hentz *et al.*, 2004] et des essais de chute de bloc rocheux sur une dalle en béton armé [Hentz *et al.*, 2005] (Figure 1.43). Néanmoins, ce modèle présente un point de faiblesse représenté par le coût de calcul important dans le cas de simulation d'impact à l'échelle structurelle. Le même modèle a ensuite été repris par Frangin [2008] et Rousseau [2009] qui ont utilisé une méthode de génération géométrique de maillage [Jerier *et al.*, 2009]. Une procédure d'identification des paramètres linéaires et non-linéaires du modèle a été introduite et validée en quasi-statique. Un modèle de l'interface acier-béton dont les paramètres ont été calibrés moyennant des essais d'arrachement d'armatures a également été développé (Figure 1.44).





**Figure 1.43 - Simulation de la chute de bloc rocheux sur une dalle en béton armé avec la méthode des éléments discrets sphériques [Hentz et al., 2005]**

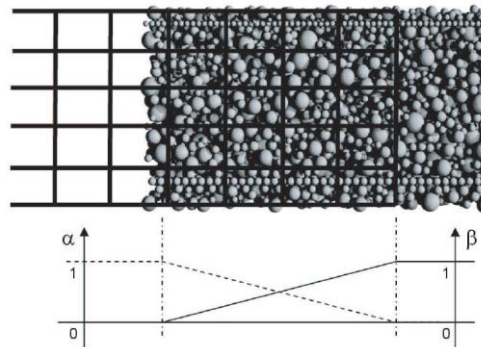


**Figure 1.44 - Simulation d'un essai d'arrachement d'armature par la méthode des éléments discrets [Rousseau, 2009]**

Toutefois, l'application de ces méthodes sur des structures de grandes tailles en 3D reste très difficile à réaliser. Une modélisation de tels ancrages nécessite un très grand nombre d'éléments discrets et induit un temps de simulation très long. Les méthodes de couplage discret-continu que l'on va présenter brièvement dans la partie suivante peuvent apporter des solutions à ces problèmes.

### 2.3.3 Couplage ED/EF

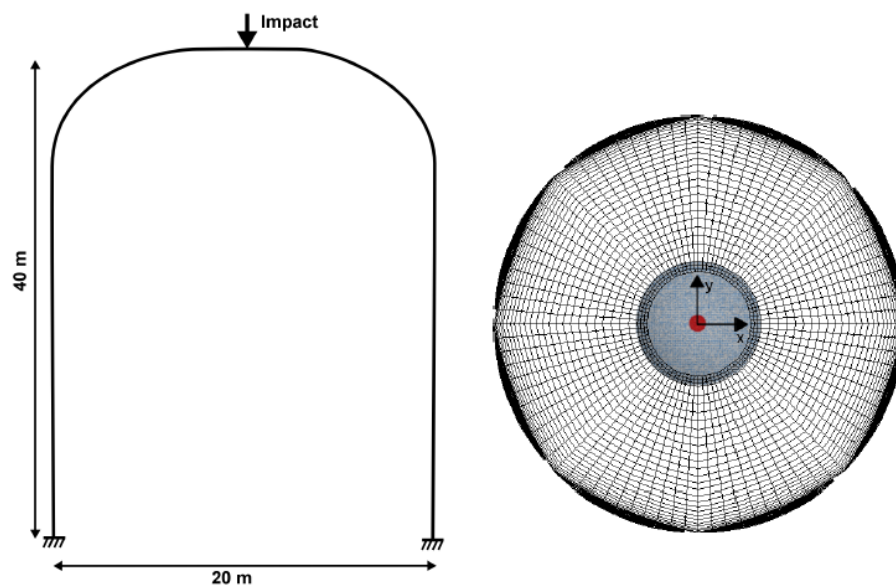
Quoique très performants pour représenter les discontinuités dans le matériau, les éléments discrets sont très coûteux en temps de calcul, ce qui limite leur utilisation à de petites structures. Il est donc très difficile d'étudier un ouvrage complet soumis à des impacts par cette méthode. En revanche, la méthode des éléments finis utilisée largement pour étudier la mécanique des structures représente l'avantage d'un coût de calcul relativement faible par rapport à celui des éléments discrets. Cependant la représentation des phénomènes de fragmentation et des discontinuités par éléments finis reste difficile. Par conséquent, une simulation des problèmes d'impacts sur des structures en béton nécessite de modéliser la zone impactée, où des phénomènes singuliers se passent, par les éléments discrets et le reste de la structure par la méthode des éléments finis classique capable de déterminer la réponse structurelle (vibrations, déformations....). La transition entre les deux domaines est réalisée par une zone de recouvrement.



**Figure 1.45 - Zone de recouvrement et paramètres de recouvrement [Frangin, 2008]**

En ce qui concerne les méthodes de couplage, on peut d'abord citer la méthode proposée par Belytschko [Belytschko et Xiao, 2003] dans laquelle une approche de couplage avec recouvrement entre le milieu moléculaire et le milieu continu est utilisée. Dans la zone de recouvrement, les degrés de libertés ont été couplés moyennant des multiplicateurs de Lagrange. La même approche a été reprise et modifiée par Frangin [Frangin *et al.*, 2007] en utilisant dans la zone de superposition (Figure 1.45) un hamiltonien, combinaison linéaire du hamiltonien discret et du hamiltonien continu. Deux paramètres de recouvrement  $\alpha$  et  $\beta$  ont été introduits sur les nœuds EF volumique et les ED, paramètres variant de 0 à 1 le long du recouvrement et constants dans l'épaisseur. Ce modèle peut provoquer

une réflexion des hautes fréquences au niveau de la zone de recouvrement sans signification physique. Une solution a été proposée pour faire disparaître cette réflexion en utilisant une méthode d'atténuation par relaxation. Des simulations d'impacts sur une dalle en béton armé ont aussi été réalisées. Les résultats obtenus ont montré la capacité du modèle couplé à décrire le comportement de l'ouvrage dans son ensemble et à prédire le comportement local endommagé tout en conservant un coût de calcul raisonnable.



**Figure 1.46 - Simulation d'impact sur une enceinte de confinement nucléaire [Rousseau, 2009]**

D'autre part, Rousseau [Rousseau *et al.*, 2010] a proposé une méthode de couplage entre les éléments discrets et les éléments finis de type coque basée sur celle proposé par Frangin [Frangin *et al.*, 2007]. Cette méthode a été utilisée pour modéliser des structures minces telles que les enceintes de confinement nucléaires soumises à des impacts. Ce modèle couplé a été validé sur des essais élémentaires en quasi-statique et dynamique d'une part, et sur des essais d'impact sur des dalles en béton armé (essais Meppen). Une simulation d'impact à l'échelle d'un ouvrage entier a été aussi réalisée (Figure 1.46). Le modèle a montré la possibilité de décrire à la fois le comportement local endommagé sous impact et la réponse structurale locale tout en maintenant un coût de calcul raisonnable.



## 1.4 Synthèse

L'objectif de notre étude est de modéliser les impacts d'avions sur les structures en béton armé de géométries complexes. Ces impacts sont considérés comme mous c'est-à-dire que le projectile est nettement moins rigide que la cible. Dans ce cas, il y a un couplage entre les phénomènes d'endommagement locaux et la propagation des ondes dans la structure.

L'outil numérique doit être capable de décrire correctement les phénomènes de fragmentation et l'apparition des macro-fissures dans la structure. Il existe deux familles de méthodes numériques : les méthodes continues et les méthodes discrètes.

Les méthodes continues, d'une part, souvent utilisées dans les bureaux d'études et la conception des structures, présentent des difficultés lors de la représentation des discontinuités qui apparaissent dans la structure. Malgré cela, elles sont très performantes dans le domaine continu.

D'autre part, les méthodes discrètes sont plus récentes et toujours en développement pour obtenir un outil fiable et capable de décrire les discontinuités dans le matériau constituant la structure sans préjuger du lieu et de la forme de celles-ci. Cependant, le coût de calcul représente une contrainte sur l'utilisation de cette méthode à l'échelle structurelle. En effet plus la discrétisation est fine, plus le temps de calcul augmente en raison du processus très coûteux de détection des contacts et du nombre élevé de degrés de liberté. Cette limitation est mise en relief dans le cas des impacts mous où il est nécessaire de modéliser la structure entière pour prendre en compte les allers-retours des ondes.

Pour pallier ce problème, un couplage entre la méthode des éléments discrets et la méthode des éléments finis est nécessaire. La zone endommagée est modélisée par les éléments discrets et le reste de la structure par les éléments finis. Cela permet de bien réduire le coût de calcul et rend le calcul structurel envisageable. Une méthode de couplage a été introduite et validée par Rousseau *et al.* [2010]. Elle est implémentée dans le code Europlexus utilisé dans notre étude. L'utilisation des éléments sphériques permet aussi de réduire le coût de calcul car la recherche des contacts est facilitée.

Par la suite, une méthode aux éléments discrets sphériques tridimensionnels sera présentée. Elle a été introduite par [Donzé et Magnier, 1997], puis a subi des améliorations et fut validée dans les travaux de [Hentz, 2003] et [Rousseau, 2009]. La méthode fut validée sur des volumes élémentaires représentatifs de la structure étudiée. Elle doit être capable de reproduire le comportement expérimental observé à l'échelle macroscopique lors des essais de laboratoire quasi-statiques et dynamiques. L'influence de la finesse de la discrétisation sur le comportement du modèle discret a été étudiée, elle a permis d'identifier les paramètres locaux du matériau en fonction de la finesse du maillage [Hentz, 2003 ; Rousseau, 2009].



## CHAPITRE 2

---

### Méthode des éléments discrets

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter la méthode des éléments discrets utilisée pour étudier le comportement du béton sous sollicitation quasi-statique ou dynamique. La méthode de maillage utilisée sera décrite dans un premier temps, puis la définition des interactions entre les éléments et la résolution des équations fondamentales de la dynamique seront présentées. Pour finir, l'étude de la stabilité du schéma d'intégration sera traitée.

#### 2.1 Principe de la méthode

Les méthodes numériques discrètes ont été inventées principalement pour étudier le comportement mécanique des milieux granulaires de nature discrète. Puis elles ont été étendues pour simuler le comportement des matériaux cohésifs comme le béton ou les roches subissant des sollicitations provoquant des discontinuités dans leurs structures. Traditionnellement leur comportement est simulé via des méthodes continues peu adaptées à la représentation des discontinuités matérielles présentes dans ces matériaux. Dans cette partie, on s'intéresse particulièrement à la méthode aux éléments discrets (MED) qu'on

utilise pour simuler le comportement du béton dans le cas de grandes déformations qui mènent à la fragmentation.

Notre méthode est inspirée de la méthode des éléments distincts développée par Cundall et Strack [1979]. On veut modéliser le matériau béton en le considérant comme homogène et isotrope par un assemblage d'éléments discrets de tailles supérieures à la taille caractéristique de la microstructure du milieu afin d'éviter des coûts de calcul élevés. La représentativité du modèle numérique va dépendre de la méthode de création de l'assemblage, de la taille et de la forme des éléments, de la porosité de l'assemblage et enfin des interactions locales et des lois qui les régissent.

L'utilisation des éléments sphériques permet d'éviter des coûts de calcul trop élevés lors de la recherche des contacts à chaque itération, recherche pouvant limiter la réalisation des calculs à grande échelle. Le milieu est représenté par des éléments sphériques rigides et le mouvement de chacun d'eux est régi par le Principe Fondamental de la Dynamique.

La création de l'assemblage doit prendre en compte le caractère isotrope du béton en agissant sur la méthode d'arrangement des éléments et la distribution de leurs tailles. Dans un maillage régulier d'éléments sphériques, les contacts seront orientés principalement suivant des directions particulières ce qui aboutit à une propagation des fissures selon ces directions privilégiées : le modèle dans ce cas est anisotrope. L'introduction d'un désordre dans cet assemblage est nécessaire mais pas suffisante pour garantir l'isotropie de notre modèle. En effet, même avec une distribution aléatoire des éléments de mêmes tailles, l'assemblage a tendance à se réarranger d'une manière régulière [Donzé *et al.*, 1994]. Il est donc nécessaire de distribuer la taille des sphères dans une certaine fourchette en précisant le rapport entre le rayon maximal et le rayon minimal. Des tailles variables des éléments et un désordre introduit sont donc nécessaires pour l'isotropie du modèle.

Le matériau béton étant modélisé à l'échelle macroscopique, la porosité induite par l'assemblage polydisperse de sphères n'a aucun rapport avec la porosité réelle du béton. Néanmoins, un assemblage le plus compact possible, c'est à dire avec le nombre de liaisons le plus grand possible, est recherché afin de représenter au mieux le caractère homogène et isotrope du milieu.

Quelle que soit la structure étudiée, il faut choisir la taille moyenne des éléments en fonction de la capacité de calcul et de la précision voulue. Plus la taille moyenne de l'assemblage est grande, plus la précision est augmentée et le temps de calcul devient long. Donc il faut assurer un compromis entre ces deux facteurs. La taille moyenne doit être suffisamment petite pour modéliser la géométrie, avoir une précision suffisante et être capable de laisser passer les longueurs d'ondes représentatives des phénomènes mis en jeu lors de la modélisation des impacts dynamiques. Généralement, la taille moyenne des sphères est choisie en fonction de la plus petite dimension de la structure de façon à avoir au minimum 8 à 10 éléments dans l'épaisseur.

D'autre part, les structures étudiées ont des formes quelconques. L'algorithme de génération de l'assemblage doit être capable de modéliser par exemple les angles des dalles et les volumes ayant une courbure tels que les formes cylindriques. De plus, chaque élément doit avoir suffisamment d'interactions pour garantir sa stabilité. Nous allons présenter par la suite les différentes méthodes de génération de maillage.

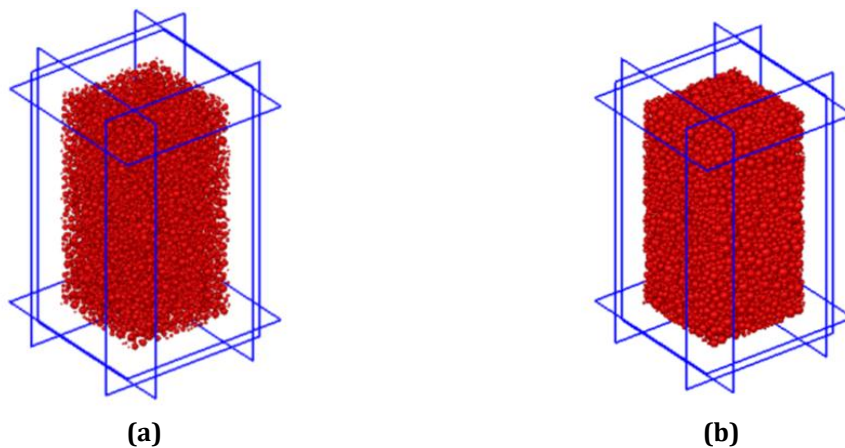
## **2.2 Génération du maillage ED**

### **2.2.1 Les méthodes de génération**

Comme on l'a vu précédemment, la génération du désordre dans un assemblage d'éléments discrets de différentes tailles est très importante pour obtenir un maillage isotrope. Plusieurs méthodes de génération d'un modèle discret existent dans la littérature et on peut les classer en deux familles : les méthodes dynamiques et les méthodes géométriques. On va présenter brièvement les principales méthodes utilisées dans les différents précédents travaux de recherches.

Le principe des méthodes dynamiques consiste à réaliser l'assemblage en utilisant des lois d'interactions entre les éléments et les équations de la dynamique. Tout d'abord, on peut citer les méthodes de dépôt par gravité [Siiriä et Yliruusi, 2007] qui déposent les éléments, de diamètres variables dans une plage définie, sous effet de la gravité. D'autres méthodes utilisent la compression d'un assemblage initialement désordonné par l'intermédiaire de parois avec un angle de

frottement nul, ce qu'on appelle compactage [Stroeven et Stroeven, 1999 ; Sibille, 2006]. Après ce processus, l'échantillon sera plus dense, mais le volume final de l'assemblage sera plus petit que le volume initial. Deux moyens de contrôle existent : soit on définit un volume initial plus grand que le volume final souhaité, puis on compacte jusqu'à atteindre le volume final voulu, soit on procède par la méthode de grossissement dynamique (Figure 2.1). Cette dernière consiste à créer un désordre dans un assemblage initial, puis on applique des augmentations successives des tailles des sphères jusqu'à la stabilité, définie la plupart du temps par une porosité finale fixée [Potyondy *et al.*, 1996].

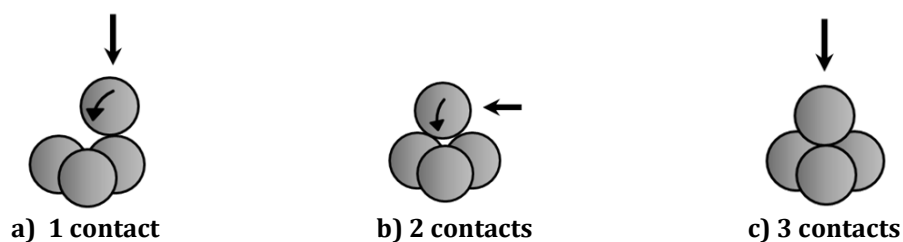


**Figure 2.1 - Réalisation d'un échantillon numérique (a) avant compaction (b) compacté par la méthode de grossissement des sphères [TRAN, 2011]**

Les méthodes dynamiques permettent d'obtenir des maillages denses avec une distribution isotrope des contacts. Cependant, elles nécessitent une simulation de calcul dynamique qui est coûteuse dans le cas des problèmes à grande échelle (modélisation des grands ouvrages). L'application du processus dynamique (compaction avec les parois) est limitée également aux cas où le volume étudié est prismatique ou lorsqu'il a des formes particulières simples.

D'autre part, les méthodes géométriques consistent à fabriquer des maillages discrets à partir des fonctions mathématiques. Parmi ces méthodes, on peut citer tout d'abord la méthode de grossissement développée par Jordej et Tory [1985] et utilisée par plusieurs auteurs [Donzé, 2002]. Cette méthode est basée sur plusieurs étapes : un réseau de sphères ordonné de type Cubique Faces Centrées (CFC) est créé, puis un désordre est généré dans l'échantillon après application d'un facteur de réduction aux tailles des sphères, et finalement un processus itératif de grossissement et de remplacement des sphères est effectué jusqu'à atteindre le

rayon imposé de chaque sphère ou la densité souhaitée. Mais cet algorithme reste proche des méthodes dynamiques en terme de coût de génération car la détection des contacts à chaque itération induit un coût de calcul important. Ensuite, la méthode de déposition balistique est apparue [Jullien et Meakin, 2000] et permet de créer un empilement de sphères avec un temps de calcul très faible. Dans cette méthode, chaque sphère est placée dans un container où elle cherche sa position stable après création de plusieurs contacts avec d'autres éléments (Figure 2.2). Cet algorithme permet d'obtenir des assemblages d'éléments discrets en un temps faible comme il ne procède à aucune simulation dynamique, mais il nécessite toujours des développements pour aboutir à des densités plus élevées.



**Figure 2.2 - Méthode de génération de maillage et détection des contacts par déposition balistique**

La troisième méthode géométrique est la génération d'empilement de sphères basée sur un maillage tétraédrique. Cette méthode développée par Jerier [Jerier *et al.*, 2009] est utilisée actuellement dans notre étude. La démarche consiste à créer un maillage tétraédrique avec un mailleur éléments finis, puis la méthode intègre plusieurs étapes de remplissage du volume par des sphères pour élaborer l'assemblage discret voulu. Les étapes sont les suivantes (Figure 2.3) :

- On place les premières sphères au centre de chaque segment du maillage. Leurs rayons sont calculés à partir de la longueur du segment divisé par 8 et en respectant les valeurs de  $R_{\min}$  et  $R_{\max}$  imposées avec un rapport  $R_{\max}/R_{\min}$  défini au début. Selon le problème étudié, la finesse du maillage aux éléments finis est fixé et par suite  $R_{\min}$  et  $R_{\max}$  sont calculées à partir de la taille moyenne des segments du maillage.
- De nouvelles sphères sont placées sur les sommets. Leur rayon est égal au quart de la plus petite distance entre le sommet et le centre des premières sphères placées.
- On place des sphères sur chaque face triangulaire du tétraèdre en contact avec quatre sphères voisines grâce à une routine géométrique spécifique.



- Ensuite la démarche consiste à combler les vides proches du centre de chaque tétraèdre et de chaque sommet.
- Une dernière étape de densification de l'échantillon est réalisée en parcourant de façon itérative toutes les porosités qui ont un volume supérieur ou égal à la plus petite sphère (respect de la valeur de  $R_{\min}$ ). Cette étape permet d'obtenir la compacité voulue qui est de l'ordre de 0.6 sans interpénétration.

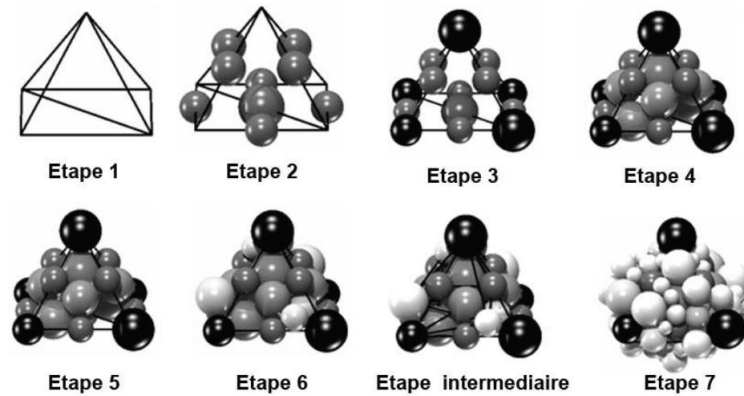


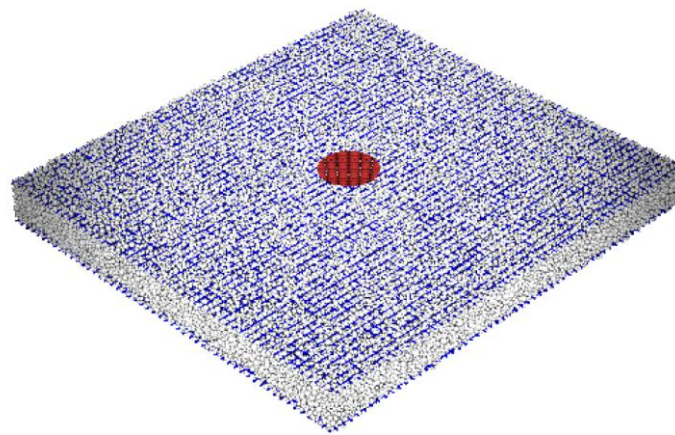
Figure 2.3 - Procédure de génération de maillage discret développée par [Jerier, 2009]

Il faut noter que des améliorations ont été apportées à l'algorithme de Jerier. Ces changements concernent le bon traitement des contours de l'objet et des considérations géométriques pour la phase de densification. Cette méthode a l'avantage de générer des échantillons numériques présentant une bonne isotropie avec un coût de calcul faible. Le maillage discret est obtenu à partir d'un maillage aux éléments finis, ce qui permet de l'appliquer sur des problèmes avec des géométries beaucoup plus complexes contrairement aux méthodes dynamiques limitées aux volumes prismatiques (Figure 2.4).



Figure 2.4 - Exemple d'un engrenage conique maillé par l'algorithme de Jerier [Jerier et al., 2010]

Par ailleurs, cette méthode permet de mailler des structures en béton armé en prenant en compte la présence des armatures en acier. Les éléments discrets représentant la barre d'acier sont identiques et alignés. Ils ont le même diamètre que les armatures utilisées dans l'ouvrage en béton armé réel. L'algorithme décrit précédemment peut être adapté facilement pour traiter ce type de problèmes. Tout d'abord, les armatures et le béton sont maillés à part, et ensuite on superpose les deux maillages : les éléments béton qui sont interpénétrés seront supprimés, puis une phase de densification est nécessaire pour combler les vides qui apparaissent autour de l'armature à cause de la suppression de certains éléments en béton. Cette méthode a été utilisée par plusieurs auteurs [Frangin, 2008 ; Rousseau, 2009] et a montré sa capacité de modéliser le comportement élastique et isotrope du béton dans différentes configurations. La figure 2.5 montre un exemple d'une dalle en béton armé soumise à un impact et modélisée par cette méthode.



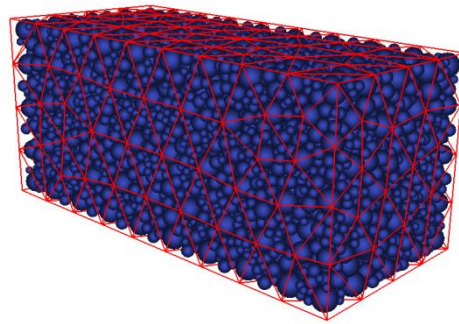
**Figure 2.5 - Modélisation d'un essai d'impact sur une dalle en béton armé [Rousseau, 2009]**

### **2.2.2 Vérification du maillage**

Dans le but de garantir la précision du calcul et la représentativité du comportement réel du béton, il faut toujours vérifier deux critères essentiels dans l'échantillon modélisé : l'isotropie du maillage et le coût de calcul. Ce dernier n'est pas lié seulement à l'algorithme de discrétisation, mais dépend de la finesse du maillage qui détermine le coût de calcul. Il faut trouver un compromis précision/coût de calcul selon le type de problème étudié. En effet, il faut choisir une finesse de maillage assurant une bonne isotropie, mais aussi, ne nécessitant pas un coût de simulation trop élevée. Avec l'algorithme adopté, la finesse de la

discrétisation est fonction de deux paramètres : la taille moyenne des tétraèdres du maillage EF et le rapport  $R_{\max}/R_{\min}$ , caractéristique du maillage ED.

Dans notre étude, le rapport  $R_{\max}/R_{\min}$  est choisi ni trop élevé, pour éviter un maillage de très grande taille et un coût de calcul élevé, ni trop faible, pour assurer la bonne isotropie du modèle et atteindre la compacité voulue. La valeur utilisée pour notre travail est 3. Cela permet d'avoir suffisamment de sphères de petites tailles pour combler les vides et assurer une bonne compacité du maillage obtenue tout en gardant un temps de simulation raisonnable. Le paramètre qui reste à choisir est la taille du maillage EF qui est le point de départ pour la construction du maillage ED.



**Figure 2.6 - Maillage ED à partir d'un maillage EF avec 3 tétraèdres par petite côté**

La figure 2.6 présente le maillage ED d'un échantillon de taille  $0.45 \times 0.2 \times 0.2$  m<sup>3</sup> comportant 8630 éléments en considérant 4 tétraèdres par petit côté du volume prismatique. La compacité obtenue est de l'ordre de 0.6. Elle est calculée à partir de la somme des volumes de toutes les sphères divisée par le volume de l'échantillon. La répartition des tailles est présentée dans la figure 2.7 qui montre que la majorité des éléments (61%) sont plus petits que le rayon moyen de l'échantillon (0.6 cm). Le rayon minimal est 0.38 cm et le rayon maximal est 1.14 cm. Par ailleurs, l'isotropie est vérifiée en calculant la répartition des contacts dans toutes les directions, puis en les projetant sur les plans principaux xy, yz et xz. La figure 2.8 montre une répartition assez homogène (circulaire) des contacts de l'échantillon maillé et par la suite l'isotropie est considérée comme satisfaisante.

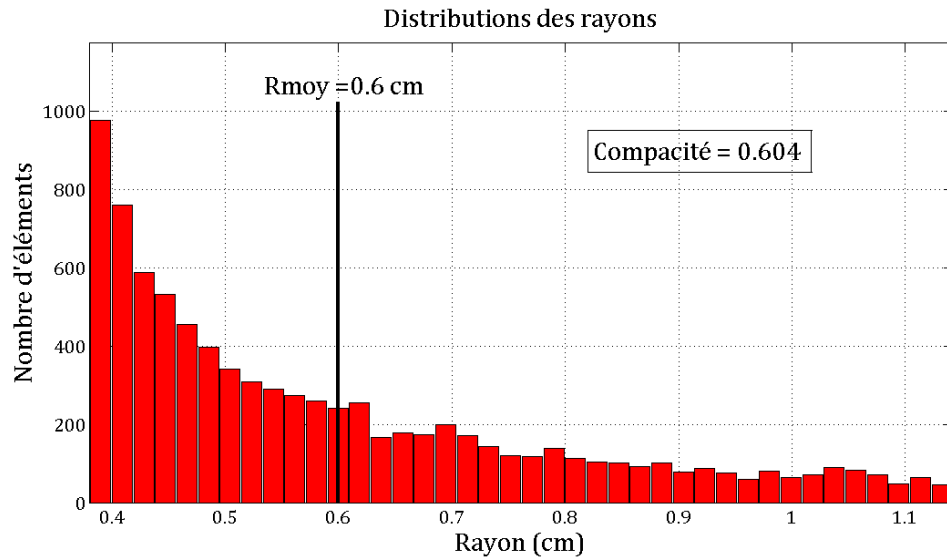


Figure 2.7 - Distribution des rayons des éléments sur un échantillon de 8630 ED

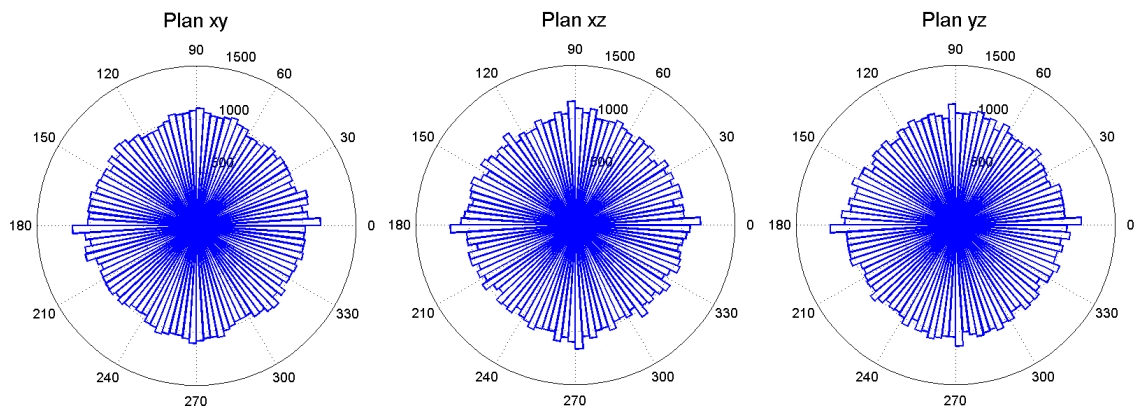


Figure 2.8 - Orientation des contacts dans les trois plans principaux

## 2.3 Gestion des interactions

### 2.3.1 Types d'interactions

La première étape de la modélisation est la création du maillage initial. Après il faut définir les types d'interactions à mettre en œuvre. On utilise deux types d'interactions: les interactions cohésives et les interactions de type contact. Les interactions cohésives sont des liens à distance créées à l'instant initial. Cette

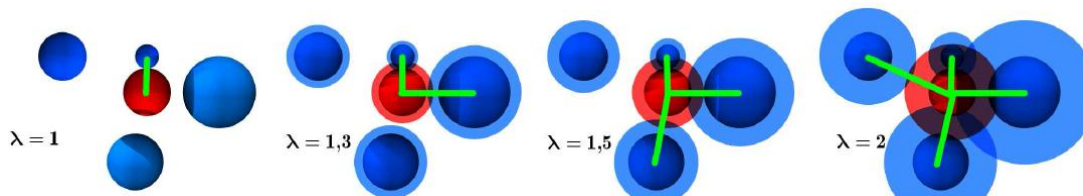
interaction cohésive est définie entre deux éléments a et b si la condition [2.1] est satisfaite. Ces interactions à distance ont une certaine résistance à la traction, ce qui permet de représenter le caractère cohésif du béton.

$$\lambda(R_a + R_b) \geq D_{a,b} \quad [2.1]$$

Où :

- $R_a$  et  $R_b$  représentent les rayons des éléments
- $D_{a,b}$  est la distance entre les centres des deux éléments
- $\lambda$  est le rayon d'interaction ( $\lambda \geq 1$ )

Les interactions de type contact peuvent être créées en cours du calcul entre deux éléments dont le lien cohésif est rompu si le contact strict est assuré entre les deux sphères. Dans ce dernier cas, on tient compte du rayon d'interaction lors de la vérification du contact. Si les deux éléments s'écartent et qu'il n'y a plus de contact, on considère que le lien est rompu. Ces liens travaillent en compression et sont de résistance nulle à la traction.



**Figure 2.9 - Variation du nombre de liens en fonction du rayon d'interaction**

Le rayon d'interaction permet de contrôler le nombre moyen d'interactions par ED (Figure 2.9) appelé aussi coordinance qui peut être défini par le rapport entre le nombre total des liens dans l'échantillon et le nombre total des éléments. Des études précédentes ont montré l'importance de ce paramètre dans la détermination du comportement élastique du modèle [Rousseau, 2009]. En effet, lorsque le nombre d'interactions augmente, chaque élément devient plus stable, c'est-à-dire qu'il dispose de suffisamment d'interactions pour éviter les mouvements erratiques. Dans ce cas, l'échantillon devient plus rigide en raison de l'augmentation linéaire du module d'Young avec la coordinance. Cependant, la coordinance doit être choisie de manière à avoir un modèle numérique qui représente bien le comportement élastique du béton. Une valeur empirique égale à

12 a été choisie pour notre modèle, elle correspond à une disposition Cubique-Face-Centree d'un maillage régulier.

### 2.3.2 Recherche des interactions

Une fois la position des éléments et leurs tailles connues après la création du maillage, il faut chercher les interactions entre les éléments. Cette étape est réalisée initialement pour définir les interactions cohésives. Puis elle sera activée à chaque itération pour prendre en compte les nouveaux contacts. Ainsi, elle nécessite un temps de simulation numérique très important et il faut utiliser un algorithme qui accélère la procédure de recherche. Certains auteurs ont développé des méthodes spécifiques pour la recherche des interactions de contact. Une liste de ces méthodes a été présentée par Hentz [Hentz, 2003]. Deux méthodes sont généralement utilisées: la méthode de subdivision par grilles et la méthode de tri par empilement.

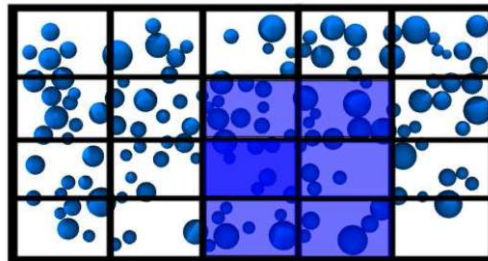


Figure 2.10 - Méthode de recherche des contacts par grille

La méthode de subdivision par grilles [Allen et Tildesley, 1987] consiste à discrétiser tout d'abord l'espace du maillage en cellules rectilignes uniformes (Figure 2.10). Ensuite, on associe à chaque cellule les éléments qu'elle contient ou qui n'ont pas d'intersection avec ses frontières. Puis dans chaque cellule, on s'intéresse à chaque élément et on détermine s'il est capable d'être en contact avec les autres éléments contenus dans la même cellule ou dans les cellules adjacentes. Le temps de simulation est fonction de la taille des cellules et donc leur nombre, la taille des éléments ainsi que leur distribution.

La deuxième méthode est le tri spatial par empilement [O'Connor, 1996] qui place les éléments dans une liste chaînée et les classe en fonction des coordonnées extrêmes de chaque élément dans chaque direction (Figure 2.11). Les éléments

voisins de chaque ED sont déterminés en parcourant une bande définie dans chaque direction et limitée par les coordonnées extrêmes de l'élément considéré. Le coût de calcul de cette méthode dépend de la répartition de tailles du maillage.

Le critère qui contrôle notre choix de la méthode de recherche des contacts est le coût de calcul qui représente une limitation lors de la modélisation à grande échelle. Mais comme notre algorithme de maillage génère des échantillons denses (compacité de l'ordre de 0.6) et que la dispersion des tailles n'est pas grande ( $R_{\max}/R_{\min} = 3$ ), alors il est préférable d'utiliser la subdivision par grilles. Le tri par empilement convient plus pour les assemblages discrets très dispersés.

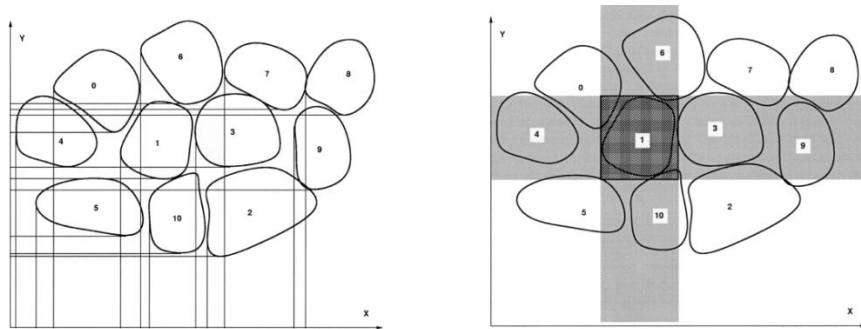


Figure 2.11 - Méthode de tri par empilement avec des bandes

## 2.4 Les équations de la MED

### 2.4.1 Elasticité linéaire

On va considérer deux éléments en interaction a et b, de rayons respectifs  $R_a$  et  $R_b$ . L'interaction entre les deux grains est définie par deux ressorts élastiques linéaires : l'un normal de raideur  $K_n$  et l'autre tangentiel de raideur  $K_s$  (Figure 2.12).

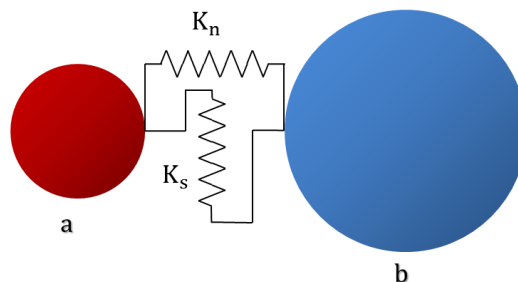


Figure 2.12 - Loi d'interaction élastique entre deux éléments



A l'échelle microscopique on a différents constituants avec différentes caractéristiques mécaniques, mais à l'échelle macroscopique le comportement élastique du béton supposé homogène est fonction de deux paramètres élastiques : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Ce sont des paramètres d'entrée qui doivent être exploités dans des relations micro-macro pour définir les raideurs locales entre les grains sphériques. Dans le but de respecter l'analogie avec la pâte cimentaire qui lie deux granulats de différentes tailles, il faut avoir une certaine distribution de raideurs dans l'assemblage numérique. L'idée de notre modèle est de définir une relation de changement d'échelle permettant de lier  $E$  et  $\nu$  aux raideurs locales via des paramètres à calibrer et les caractéristiques géométriques des éléments en interaction. Ce processus est une « homogénéisation » des propriétés mécaniques en passant de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique qui nous concerne dans notre étude.

Une étude établie par Huang [1999] a montré que le comportement élastique d'un échantillon en ED est régi par le rapport  $\frac{K_s}{K_n}$  pour un assemblage des éléments de taille unique. Dans la littérature, on trouve deux modèles d'homogénéisation proposés pour le cas d'assemblages d'éléments sphériques de même rayon  $r$  et avec  $N$  le nombre d'éléments total: le modèle de Voigt [Cambou *et al.*, 1995] et le modèle de la meilleure approximation (best-fit) de Liao [Liao *et al.*, 1997] :

- **Modèle de Voigt :**

$$\begin{cases} E = \frac{4Nr^2}{3} K_n \frac{2 + 3 \frac{K_s}{K_n}}{4 + \frac{K_s}{K_n}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_s}{K_n}}{4 + \frac{K_s}{K_n}} \end{cases} \quad \nu \in \left[0; \frac{1}{4}\right] \quad [2.2]$$

- **Modèle de Liao :**

$$\begin{cases} E = \frac{20Nr^2}{3} K_n \frac{\frac{K_s}{K_n}}{2 + 3 \frac{K_s}{K_n}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_s}{K_n}}{2 + 3 \frac{K_s}{K_n}} \end{cases} \quad \nu \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \quad [2.3]$$



Ces formules ne prennent pas en compte les assemblages avec une distribution variable des tailles des éléments. Plus récemment, une formule, inspirée des deux formules précédentes, a été proposée par Donzé [Donzé, 2001] et est applicable aux maillages polydispersés :

$$\begin{cases} E = \frac{D_{init}^{ab}}{S_{int}} K_n \frac{\beta + \gamma \frac{K_s}{K_n}}{\alpha + \frac{K_s}{K_n}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_s}{K_n}}{\alpha + \frac{K_s}{K_n}} \end{cases} \quad \nu \in \left[0; \frac{1}{\alpha}\right] \quad [2.4]$$

Dans cette formule, interviennent trois paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  à identifier ; ces paramètres changent en fonction de la coordinance fixée et du procédé de maillage EF utilisé pour générer un échantillon ED. Le terme  $S_{int}$  correspond à la surface d'interaction définie par la surface minimale des deux ED en interaction :

$$S_{int} = \min(\pi R_a^2, \pi R_b^2) \quad [2.5]$$

On verra dans le chapitre 3 la procédure d'identification de ces paramètres afin de reproduire le comportement élastique du béton à l'échelle macroscopique. Il faut noter que dans le cas d'interaction entre deux éléments a et b, de caractéristiques élastiques différentes  $(E_a, \nu_a)$  et  $(E_b, \nu_b)$ , on calcule des propriétés élastiques moyennes :

$$\begin{cases} E^{ab} = 2 \frac{E_a E_b}{E_a + E_b} \\ \nu^{ab} = 2 \frac{\nu_a \nu_b}{\nu_a + \nu_b} \end{cases} \quad [2.6]$$

L'inversion de l'équation 2.6 donne l'expression des raideurs en fonction des propriétés élastiques :

$$\begin{cases} K_n^{ab} = E^{ab} \frac{S_{int}}{D_{init}^{ab}} \frac{1 + \alpha}{\beta(1 + \nu) + \gamma(1 - \alpha\nu)} \\ K_s^{ab} = K_n^{ab} \frac{1 - \alpha\nu}{1 + \nu} \end{cases} \quad [2.7]$$

### 2.4.2 Correction de la masse des ED

La masse volumique  $\rho$  du béton est une variable d'entrée dans le modèle ED. La masse de chaque ED est égale au produit du volume sphérique par la masse volumique. Cependant la somme des masses de tous les ED est inférieure à la masse de l'échantillon dans la réalité à cause de la porosité de l'assemblage. Par la suite, il faut tenir compte de la compacité  $c$  pour corriger la masse de chaque sphère, afin d'obtenir la masse réelle de l'échantillon :

$$m_{\text{corrigé}} = \frac{\rho}{c} \frac{4}{3} \pi r^3 \quad [2.8]$$

### 2.4.3 Cycle de calcul de la MED

Après la création du maillage ED et l'introduction des propriétés matérielles et mécaniques du béton, on passe au calcul ED. Chaque élément a six degrés de libertés : trois translations et trois rotations. L'équation du mouvement de chaque ED est donnée en utilisant le principe fondamental de la dynamique. Le système d'équations différentielles obtenu est résolu de façon approchée par une discrétisation temporelle avec la méthode aux différences finies centrées. La boucle de calcul se fait en plusieurs étapes décrites comme suit:

1. Recherche des interactions entre les éléments à l'instant  $t$  en utilisant l'algorithme de recherche par grilles que l'on a décrit précédemment.
2. Calcul des forces d'interaction  $F_{loc}$  appliquées sur chaque élément  $i$  par ses voisins avec lesquels il est en interaction. Chaque force est la résultante de la composante normale et la composante tangentielle (Figure 2.13). Cette étape sera détaillée dans la suite.
3. Calcul de la force résultante d'interaction appliquée sur chaque élément. Elle correspond à la somme des forces d'interaction locales appliquées sur l'élément  $i$ :

$$F_i = \sum_{nb \text{ liens}} F_{loc} \quad [2.9]$$

4. Application des forces externes  $F_e$ .

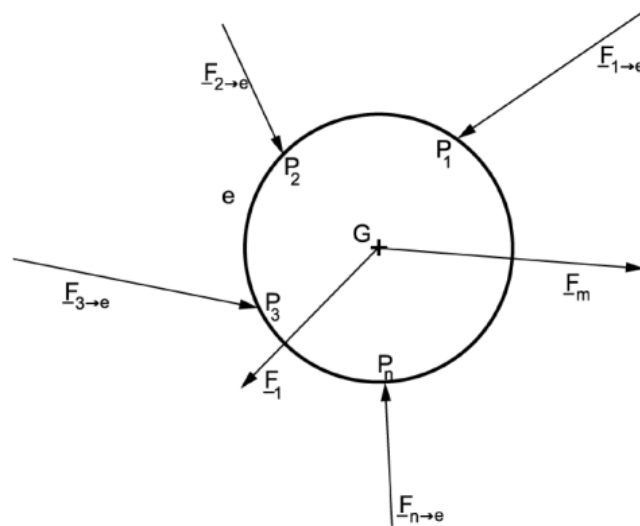


Figure 2.13 - Efforts d'interaction appliqués sur un ED

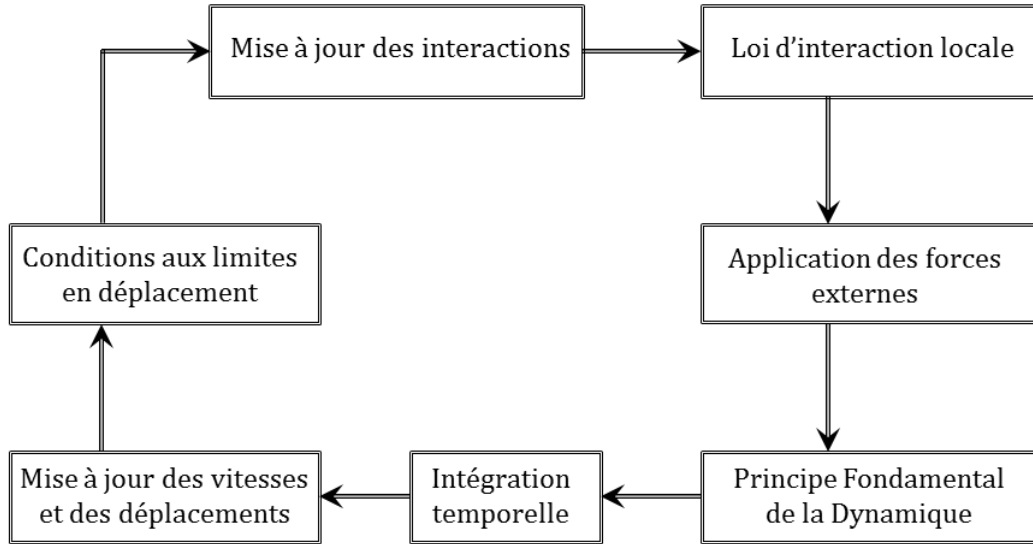
5. Calcul des accélérations de chaque ED à l'instant  $t+\Delta t$  en utilisant le Principe Fondamental de la Dynamique connaissant les forces locales et externes appliquées et la masse de l'élément:

$$\ddot{u}^{n+1} = \frac{F_e - F_i}{m} \quad [2.10]$$

6. Intégration par un schéma explicite aux différences finies centrées pour calculer les vitesses et les vecteurs positions. A la fin de cette étape, il faut prendre en compte les conditions aux limites en déplacement. L'intégration est présentée dans les équations 2.11 :

$$\begin{cases} \dot{u}^{n+1} = \dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}^n + \ddot{u}^{n+1}) \\ u^{n+1} = u^n + \Delta t(\dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}^n) \end{cases} \quad [2.11]$$

7. Après la mise à jour des positions des éléments, on recommence la boucle de calcul de nouveau. Un schéma décrivant les étapes du cycle de calcul MED est présenté dans la figure 2.14.



**Figure 2.14 - Etapes fondamentales du cycle de calcul de la MED**

L'implantation de la MED dans le code de dynamique rapide Europlexus a été initiée dans la thèse de Rousseau [2009]. Tous les développements associés à notre travail dans la MED ont été implantés dans le même code développé depuis 1999 conjointement par le Commissariat à l'Energie Atomique en France (CEA), Joint Research Center ISPRA, EDF et l'ONERA.

#### 2.4.4 Calcul des forces d'interactions locales

Considérons deux éléments discrets a et b en interaction, de type cohésif, de rayons respectifs  $R_a$  et  $R_b$ , et de centres d'inertie respectifs  $G_a$  et  $G_b$ . On va noter  $D_{ab}$  la distance entre les deux éléments à l'instant t et  $D_{eq}$  la distance à l'instant initial. On va considérer le cas de deux éléments interagissant à distance comme présenté dans la figure 2.15. Un point de contact fictif  $P_c$  est défini au milieu de l'intervalle entre les surfaces des deux sphères. En ce point, l'action mécanique d'interaction est exprimée, et on définit une normale unitaire  $\vec{n}$  orientée de a vers b.

$$\overrightarrow{G_a P_c} = \left( R_a + \frac{1}{2} ((D_{ab} - (R_a + R_b))) \right) \cdot \vec{n} \quad [2.12]$$

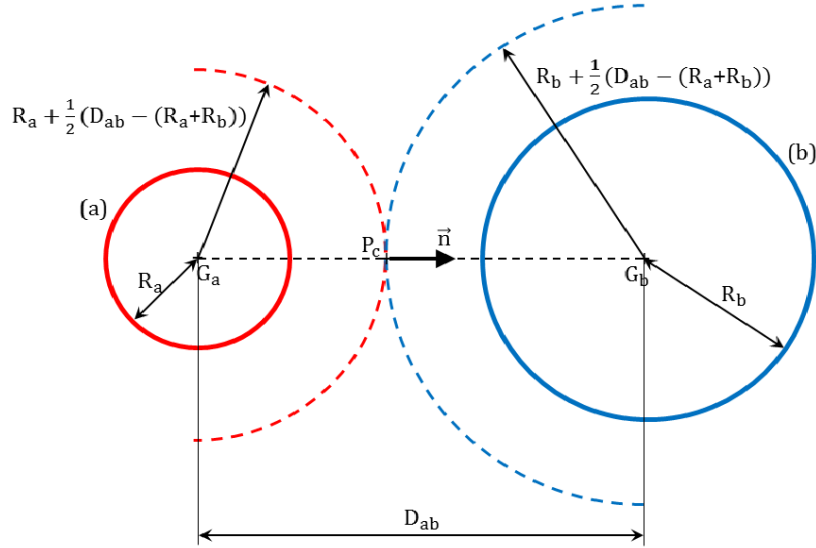


Figure 2.15 - Paramètres d'interaction entre deux éléments

La force d'interaction de a sur b est composée d'une partie normale  $F_n$  et d'une partie tangentielle  $F_s$ :

$$\overrightarrow{F_{a \rightarrow b}} = \overrightarrow{F_n} + \overrightarrow{F_s} \quad [2.13]$$

Connaissant la raideur normale, la force normale s'écrit:

$$\overrightarrow{F_n} = -K_n(D_{ab} - D_{eq}) \vec{n} \quad [2.14]$$

Pour calculer l'effort tangentiel  $\overrightarrow{F_s(t)}$  à l'instant t, on procède d'une façon incrémentale [Hart et al., 1988]:

$$\overrightarrow{F_s(t)} = \overrightarrow{F_s^{rot2}} + \Delta \overrightarrow{F_s} \quad [2.15]$$

où  $\Delta \overrightarrow{F_s}$  est l'incrément d'effort tangentiel à l'instant t, et  $\overrightarrow{F_s^{rot2}}$  est la mise à jour du vecteur force au pas du temps précédent  $\overrightarrow{F_s(t - \Delta t)}$  tenant compte du mouvement de l'interaction.  $\overrightarrow{F_s^{rot2}}$  est calculé en deux temps. Dans un premier temps, on tient compte du changement de la direction de la normale  $\vec{n}$ :

$$\overrightarrow{F_s^{rot1}} = \overrightarrow{F_s(t - \Delta t)} - \overrightarrow{F_s(t - \Delta t)} \wedge \vec{n}(t - \Delta t) \wedge \vec{n}(t) \quad [2.16]$$

Puis on prend en compte la vitesse de rotation moyenne de a et b,  $\vec{\Omega}$  selon la nouvelle normale:

$$\overrightarrow{F_s^{rot2}} = \overrightarrow{F_s^{rot1}} - \overrightarrow{F_s^{rot1}} \wedge \Delta t \overrightarrow{\Omega} \quad [2.17]$$

où  $\overrightarrow{\Omega}$  est calculé de la manière suivante :

$$\overrightarrow{\Omega} = \left( \frac{1}{2} (\overrightarrow{\Omega_a} + \overrightarrow{\Omega_b}) \cdot \vec{n}(t) \right) \vec{n}(t) \quad [2.18]$$

De plus, l'incrément d'effort tangentiel est calculé connaissant la raideur tangentielle de l'interaction:

$$\overrightarrow{\Delta F_s} = -K_s \overrightarrow{\Delta U_s} \quad [2.19]$$

où  $\overrightarrow{\Delta U_s}$  est l'incrément de déplacement tangentiel qui est initialisé à zéro au moment de création de l'interaction. Il est calculé à partir de la vitesse relative de glissement  $\overrightarrow{V_s^c}$  entre les deux éléments au point de contact  $P_c$ :

$$\overrightarrow{\Delta U_s} = \Delta t \overrightarrow{V_s^c} \quad [2.20]$$

$$\overrightarrow{V_s^c} = \overrightarrow{V_{b/a}^c} - (\overrightarrow{V_{b/a}^c} \cdot \vec{n}(t)) \vec{n}(t) \quad [2.21]$$

où  $\overrightarrow{V_{b/a}^c}$  est la vitesse relative de l'élément b par rapport à l'élément a au point de contact  $P_c$ . Elle est calculée de la manière suivante:

$$\overrightarrow{V_{b/a}^c} = \overrightarrow{V_b^c} - \overrightarrow{V_a^c} = \overrightarrow{V_b^{G_b}} + \overrightarrow{P_c G_b} \wedge \overrightarrow{\Omega_b} - \overrightarrow{V_a^{G_a}} - \overrightarrow{P_c G_a} \wedge \overrightarrow{\Omega_a} \quad [2.22]$$

A partir des valeurs de l'effort normal et de l'effort tangentiel, on peut calculer l'effort total appliqué par l'élément a sur b en faisant la somme des deux composantes. Notons que l'effort normal est pris négatif en traction et positif en compression. D'autre part, dans le cas d'une interaction de type contact, les équations précédentes restent valables mais en ajoutant en plus une condition de non négativité de la force normale (résistance nulle en traction) et qui s'écrit alors comme suit:

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_n} = (\max(0, -K_n(D_{ab} - D_{eq}))) \vec{n} \\ F_s = 0 \quad \text{si} \quad F_n = 0 \end{cases} \quad [2.23]$$

### 2.4.5 Lois de comportement non linéaires locales

Dans notre modèle, on utilise un critère de Mohr-Coulomb classique pour la modélisation du comportement non linéaire du béton. Ce critère a été utilisé par plusieurs auteurs comme [Camborde *et al.*, 1999] et [Hentz *et al.*, 2003].

Dans le cas d'interaction cohésive, ce critère est constitué de deux fonctions seuils (Figure 2.16):  $f_1(F_n, F_s)$  qui est défini en utilisant deux paramètres, un angle de frottement interne  $\Phi_i$  et la cohésion  $C_0$  (équation 2.24), et  $f_2(F_n, F_s)$  qui est introduit pour prendre en compte la fragilité du béton en extension et l'ouverture des fissures en mode sous traction ;  $f_2$  est définie par une contrainte limite locale en traction  $T$  (équation [2.25]) :

$$f_1(F_n, F_s) = F_s - \tan(\Phi_i) F_n - S_{int} C_0 \quad [2.24]$$

$$f_2(F_n, F_s) = -S_{int} T - F_n \quad [2.25]$$

où  $F_s$  et  $F_n$  représentent les normes respectives des vecteurs  $\vec{F}_n$  et  $\vec{F}_s$ . Autrement dit, les critères s'écrivent comme suit :

- Si  $f_2 \leq 0$  alors l'interaction est cohésive et élastique.
- Si  $f_1 \geq 0$  et  $f_2 < 0$  alors le critère de cisaillement est atteint et l'effort tangentiel est limité à sa valeur maximale  $F_s = \tan(\Phi_i) F_n + S_{int} C_0$ .
- Si  $f_2 > 0$  alors une phase d'adoucissement apparaît en traction avant d'atteindre la rupture de la liaison ( $F_n = F_s = 0$ ).

La dispersion des tailles de l'assemblage ED est toujours prise en compte par le paramètre  $S_{int}$  tout en gardant les paramètres de la fonction seuil homogènes dans le modèle. En traction, un paramètre d'adoucissement  $\zeta$  est introduit [Hentz, 2003] pour deux raisons : d'une part ne pas perdre l'aspect cohésif du béton qui a une résistance en traction, même si celle-ci est faible, et d'autre part pouvoir reproduire l'adoucissement macroscopique. Cela permet d'atténuer la force normale jusqu'à zéro lorsque la limite de la traction locale est atteinte. Dans cette phase d'adoucissement, si on décharge, on n'a aucune déformation résiduelle (Figure 2.16), ce qui correspond au comportement expérimental du matériau béton soumis à un déchargement. Les équations qui décrivent cette phase sont les suivantes :

$$\text{Phase d'adoucissement} \begin{cases} F_n = \frac{K_n}{\zeta} (D_{ab} - D_{max}) \\ D_{max} = D_{eq} + (1 + \zeta) \frac{S_{int} T}{K_n} \\ K_{n_2} = \frac{F_n}{D_{ab} - D_{eq}} \end{cases} \quad [2.26]$$

$$\text{Décharge :} \quad F_n = -K_{n_2} (D_{ab} - D_{eq}) \quad [2.27]$$

Dans le cas d'interaction contact, on utilise le même critère mais sans résistance en traction ( $T = 0$ ) et sans cohésion ( $C_0 = 0$ ).

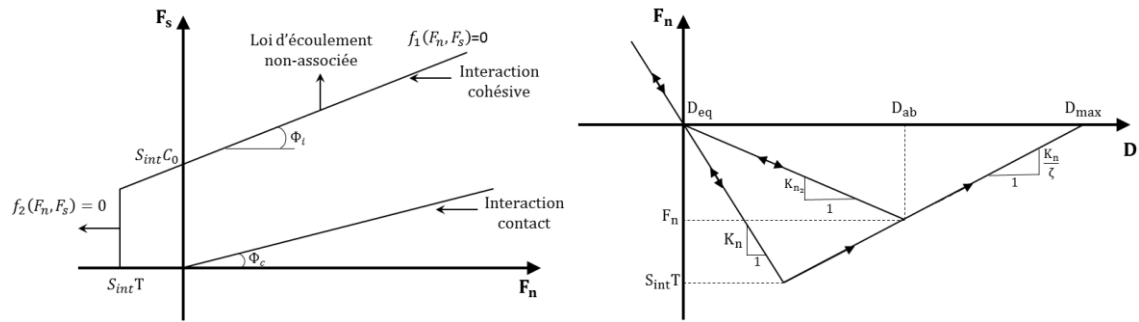


Figure 2.16 - Lois de comportement non linéaires locales

#### 2.4.6 Stabilité du schéma d'intégration temporelle

Dans Europlexus, le schéma d'intégration utilisé est explicite, ce qui nécessite de choisir un pas de temps suffisamment petit pour garantir la stabilité du schéma. Dans notre modèle composé d'éléments discrets, on applique le principe fondamental de la dynamique à chaque élément. Le modèle est similaire à un assemblage de systèmes masse-ressort à un degré de liberté. Chaque système a une pulsation propre  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$  où  $K$  est la raideur et  $m$  est la masse. La condition de stabilité du schéma d'intégration dans le cas d'un schéma aux différences centrées, appelée aussi condition de Courant [Courant *et al.*, 1928], pour un système à un degré de liberté non amorti s'écrit :

$$\Delta t_{critique} \leq \frac{2}{\omega} \quad [2.28]$$



Donc il faut choisir la plus grande pulsation propre du système. Cette condition n'est pas facile à mesurer dans le cas où on a un grand nombre d'éléments discrets dont chacun est soumis à plusieurs interactions. Une solution alternative existe : elle consiste à assimiler chaque élément, de masse  $m$  et soumis à plusieurs interactions, à un oscillateur de raideur équivalente  $K_{eq}$ , puis à appliquer la condition de Courant en tenant compte de celle-ci. Cette raideur équivalente est calculée à partir de toutes les interactions agissant sur cet élément. Pour chaque interaction, en faisant la projection sur les trois axes principaux du repère global, on détermine pour chaque élément 6 raideurs équivalentes : 3 translations et 3 rotations. Ensuite pour chaque direction, on calcule le pas de temps critique, puis on choisit la valeur la plus faible parmi les 6 pas de temps calculés : c'est le pas de temps critique de l'élément. Ce pas de temps est calculé pour tous les ED et on conservera sa plus petite valeur. Un coefficient de sécurité  $p$  est introduit pour tenir compte des non linéarités dans ce calcul ( $0 < p < 1$ ) :

$$\Delta t_{critique} = \frac{p}{\omega} = p \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} \quad [2.29]$$

## 2.5 Conclusion

Le comportement du modèle aux éléments discrets présenté dans ce chapitre est fonction de plusieurs paramètres. Tout d'abord le facteur géométrique représenté par la finesse de l'assemblage, ensuite la masse volumique du matériau  $\rho$  qui permet de calculer la masse de chaque ED (masse devant être corrigée pour compenser la porosité de l'assemblage des ED) puis les caractéristiques élastiques  $E$  et  $\nu$  qui régissent le comportement élastique et sont liés au rayon d'interaction  $\lambda$ , et enfin les paramètres qui caractérisent le comportement non linéaire au niveau des interactions ( $T$ ,  $C_0$ ,  $\zeta$ ,  $\Phi_i$  et  $\Phi_c$ ). Dans le chapitre suivant, on va présenter la procédure d'identification de tous ces paramètres en validant des essais quasi-statiques réalisés sur le béton.





## CHAPITRE 3

---

### Validation du modèle en quasi-statique

---

L'objectif principal de notre travail est d'avoir un modèle aux éléments discrets capable de prédire le comportement endommagé des structures en béton soumis à des impacts. Le béton utilisé dans les structures a des caractéristiques macroscopiques connues et déterminées à partir d'essais de laboratoire. On s'intéresse dans ce chapitre aux essais uniaxiaux quasi-statique du béton.

Expérimentalement, on utilise des éprouvettes de béton de même type que dans la réalité. Les dimensions de ces éprouvettes sont standards et elles sont utilisées pour réaliser des essais de compression et traction uniaxiales en quasi-statique. Les résultats de ces essais nous permettent de caractériser le comportement macroscopique du béton dans les domaines élastique et non linéaire.

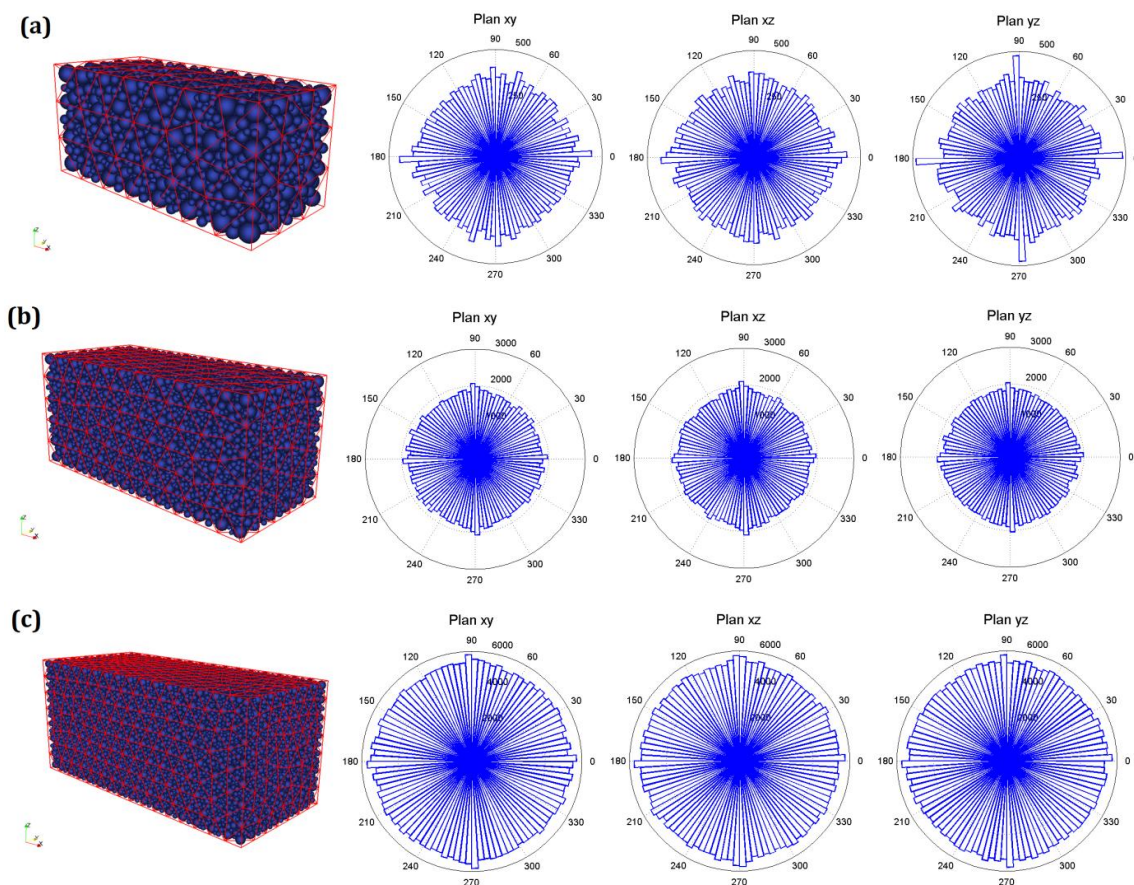
Dans ce chapitre, on va modéliser numériquement une éprouvette ayant les mêmes dimensions que celles utilisées expérimentalement. Les caractéristiques élastique ( $E$ ,  $\nu$ ) du béton étudié seront utilisées pour calculer les raideurs locales au niveau de chaque lien. Pour cela, il faut d'abord identifier les paramètres linéaires locaux du modèle ED afin de bien représenter le comportement macroscopique élastique du béton.

De plus, dans la méthode des éléments discrets utilisée, plusieurs choix ont été adoptés et dépendent de la méthode d'empilement des éléments. Parmi ces choix, on peut citer le calcul des raideurs locales en fonction des caractéristiques géométriques des sphères et la recherche des contacts dans l'assemblage. Ainsi, il faut d'abord choisir une finesse de maillage ED représentative du comportement macroscopique du béton. Pour ce maillage, les paramètres locaux du modèle seront identifiés et la reproductibilité de la procédure sera vérifiée pour plusieurs finesses du maillage et différentes géométries. Et finalement, les paramètres régissant le comportement non-linéaire du modèle seront identifiés afin de reproduire les courbes contrainte/déformation des essais expérimentaux uniaxiaux.

### **3.1 Choix d'une finesse représentative**

Pour chaque problème étudié et suivant les capacités de calcul informatiques il faut choisir une finesse du maillage d'une manière à avoir une solution représentative du comportement du modèle réel. Dans tous les cas un compromis précision-coût de calcul doit être respecté. On vise à valider notre modèle avec un maillage le plus gros possible pour que ça soit transposable à l'échelle de la structure entière sans besoin de ressources informatiques énormes. La validation sera faite alors à l'échelle macroscopique sur un échantillon représentatif de la structure.

L'échantillon utilisé est un parallélépipède rectangulaire de dimensions  $0.45 \times 0.2 \times 0.2 \text{ m}^3$  et qui va être maillé avec différentes finesses. Afin de simuler les essais de compression et traction uniaxiaux, on ajoute une couche d'éléments sur chaque extrémité d'épaisseur égale environ  $4 \times R_{moy}$  et puis on applique les sollicitations et les conditions aux limites sur ces deux couches. La finesse de maillage est changée en faisant varier le nombre de tétraèdres placés par petite côté du parallélépipède (0.2 m) dans le maillage EF servant de point de départ pour la génération du maillage ED avec la méthode adoptée (cf. chapitre 2). La figure 3.1 montre quelques maillages ED créés pour différentes finesses de maillage EF avec les orientations des contacts entre les éléments projetées sur les trois plans principaux. Les maillages sont réalisés avec la plate-forme SALOME-MECA dédiée à la simulation en mécanique.



**Figure 3.1 - Distribution des orientations des contacts dans les plans xy, xz et yz des maillages ED correspondant à plusieurs finesses: (a) 3 tétraèdres par côté, (b) 5 tétraèdres par côté et (c) 7 tétraèdres par côté du maillage EF**

Nombre de tétraèdres par côté	Nombre total des ED	Compacité	Rayon minimal (cm)	Rayon maximal (cm)	Rayon moyen (cm)
3	3384	0.583	0.52	1.56	0.81
4	8630	0.601	0.38	1.14	0.60
5	16405	0.605	0.31	0.93	0.48
6	24426	0.607	0.27	0.81	0.42
7	48243	0.611	0.22	0.66	0.34

**Tableau 3.1 - Caractéristiques géométriques des maillages ED à plusieurs finesses**

L'isotropie du maillage doit être bien vérifiée : en regardant les projections des contacts sur les plans principaux, il ne faut avoir aucune direction privilégiée d'orientation des interactions. D'après la figure 3.1, on remarque que lorsque le maillage devient de plus en plus fin, l'isotropie s'améliore mais elle est déjà

correcte pour le maillage le plus grossier. Les caractéristiques des différents maillages sont présentées dans le tableau 3.1. Dans le but d'avoir un modèle numérique qui reproduit bien le comportement du béton, il faut tout d'abord choisir une finesse de maillage ayant une isotropie satisfaisante. Cependant, il faut faire un compromis entre la taille de maillage, qui détermine le coût de calcul, et l'isotropie. Le choix adopté finalement correspond à un maillage ED réalisé en utilisant 4 tétraèdres par côté du maillage EF (Figure 3.2). La répartition des interactions dans la rosace de leurs projections suivant les trois plans XY, XZ et YZ est quasiment circulaire, et par suite l'échantillon est considéré comme suffisamment isotrope. Ce maillage comporte 8630 éléments discrets avec un rayon moyen de 0.6 cm.

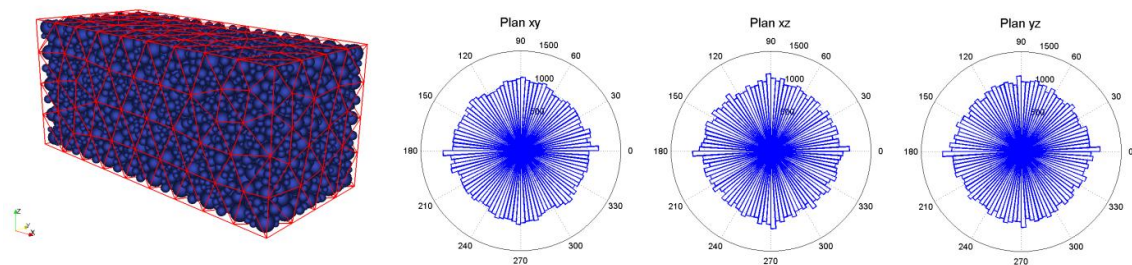
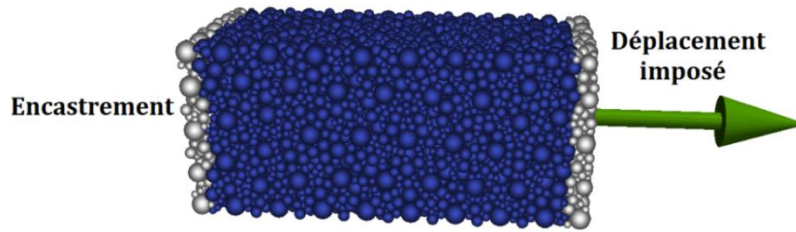


Figure 3.2 - Distribution des orientations des dans les plans xy, xz et yz du maillage ED choisi

## 3.2 Pilotage des essais de compression et traction uniaxiales

On souhaite appliquer un chargement uniaxial sur des éprouvettes parallélépipédiques. L'essai est réalisé en pilotant directement les éléments discrets de l'échantillon sans utiliser des plateaux extérieurs (Figure 3.3). L'épaisseur de la couche d'éléments pilotés correspond à 4 fois le rayon moyen des éléments de l'échantillon. Un déplacement imposé est appliqué sur l'une des couches, et l'autre est encastrée. La vitesse de déplacement doit être suffisamment lente pour garder un état proche de l'équilibre. La force uniaxiale totale appliquée sur l'échantillon au niveau de l'encastrement est déterminée à partir de la sommation des réactions sur les éléments à déplacement imposé.

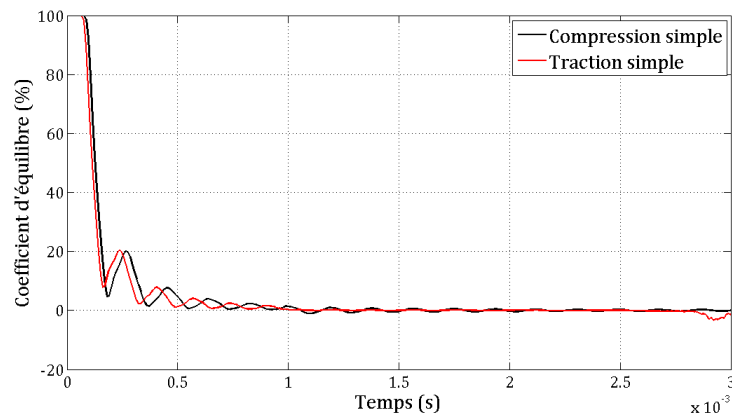


**Figure 3.3 - Pilotage de l'essai de traction uniaxiale**

Il faut bien vérifier l'état d'équilibre dans l'éprouvette qui est soumise à des forces axiales d'un côté tandis que l'autre bout est fixe. On définit un coefficient d'équilibre  $C_{eq}$  (exprimé en %) représentant cet état et qui doit être proche de 0 pour que l'on puisse se considérer en quasi-statique (Figure 3.4):

$$C_{eq} = 100 \frac{F_{piloté} + F_{encastré}}{F_{piloté}} \quad [3.1]$$

où  $F_{piloté}$  et  $F_{encastré}$  représentent respectivement la force résultante longitudinale sur le plateau piloté et celle sur le plateau encastré.



**Figure 3.4 - Evolution du coefficient d'équilibre au cours des essais de compression-traction uniaxiaux quasi-statiques pour  $V = 0.05$  m/s**

Dans le cas des simulations quasi-statiques avec un code explicite, on ne peut pas envisager des vitesses de chargement du même ordre de grandeur que celles utilisées lors des expérimentations (quelques mm/s). Le modèle ED utilisé et l'utilisation d'un schéma explicite impose l'utilisation de pas de temps très faibles et avec de telles vitesses de chargement, la durée de calcul serait prohibitive.



Toutefois, pour avoir un comportement assimilable à un comportement quasi-statique, il faudra que la vitesse de déplacement imposé ne soit pas trop élevée pour éviter les effets dynamiques. On peut introduire également de l'amortissement visqueux pour atténuer la vitesse de chaque élément. La force d'amortissement est proportionnelle à la masse et la vitesse de chaque élément :

$$F_{amor} = -\kappa m_i v_i \quad [3.2]$$

## 3.3 Elasticité

### 3.3.1 Coordonance

La coordonance, ou le nombre moyen d'interaction par élément discret, a une influence importante sur la rigidité de l'échantillon et le module d'Young mesuré. En effet, lorsque le nombre d'interactions moyen par élément augmente, au niveau macroscopique l'éprouvette devient plus rigide et le module d'Young augmente linéairement avec la coordonance [Rousseau, 2009] pour des coefficients  $K_s$  et  $K_n$  constants. Comme déjà vu dans le paragraphe 2.3.1, le rayon d'interaction est réglé pour avoir une coordonance égale à 12.

Le calcul du nombre moyen d'interactions par ED se fait sur les éléments intérieurs en supprimant les éléments proches des bords ayant peu d'interactions (Figure 3.5). Il faut noter que le nombre minimum d'interactions par élément discret est fixé à 3 c'est-à-dire pour les éléments ayant moins que trois interactions on augmente leur zone d'interaction jusqu'à respecter la condition du nombre minimum d'interactions.

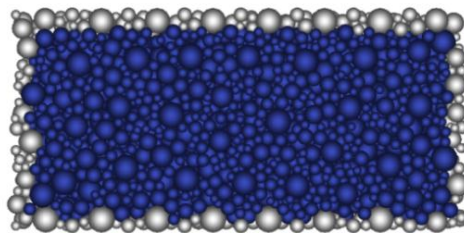


Figure 3.5 - Suppression de la couche d'éléments aux bords pour le calcul de la coordonance

### 3.3.2 Calcul du coefficient de Poisson

Le coefficient de Poisson  $\nu$  peut être calculé par deux méthodes : la méthode globale et la méthode locale.

#### 3.3.2.1 Méthode globale

Cette méthode consiste à mesurer les variations de la longueur et la hauteur globales de l'échantillon, et puis à calculer les déformations longitudinales et transversales comme suit :

$$\varepsilon_{long} = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \quad \varepsilon_{trans} = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h_1 - h_0}{h_0} \quad [3.3]$$

Pour calculer  $l_1$  et  $h_1$ , on cherche respectivement les éléments discrets qui ont les coordonnées maximales et minimales suivant la direction longitudinale ( $\vec{x}$ ) et la direction transversale ( $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ) (Figure 3.6). On calcule alors les longueurs initiales et finales. Le coefficient de Poisson est alors déduit pour chaque direction transversale :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}} \quad [3.4]$$

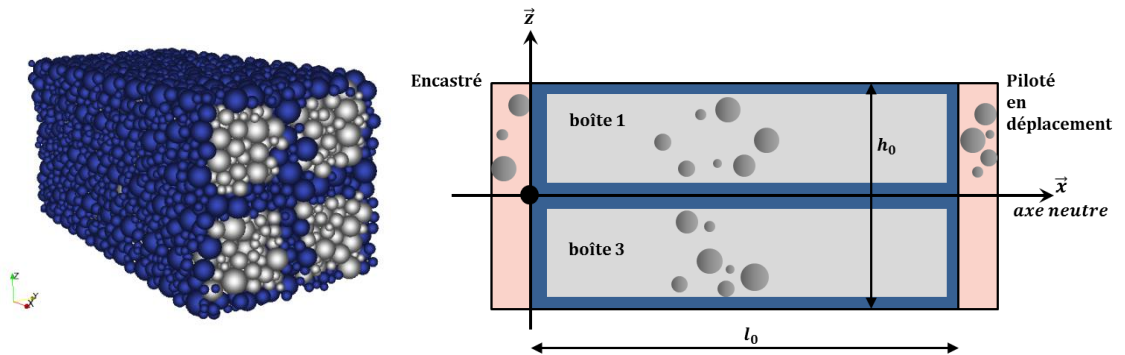


Figure 3.6 - Mesure des déformations par la méthode locale

### 3.3.2.2 Méthode locale

Cette méthode consiste à tenir compte du déplacement de chaque élément du maillage pour calculer les déformations moyennes longitudinales et transversales. Pour faire ce calcul tout en conservant la stabilité, il faut choisir des éléments éloignés des bords du maillage où les déformations radiales sont très grandes car les éléments sont peu stables. De même, il faut éviter de sélectionner les éléments proches de l'axe neutre de l'éprouvette où les déplacements transversaux des éléments sont très faibles et proches de zéro (Figure 3.6).

On sélectionne 4 boîtes parallélépipédiques distant de  $2R_{max}$  par rapport à l'axe neutre de l'échantillon et de  $R_{max}$  par rapport aux bords. On parcourt ensuite les 4 boîtes, et pour chaque élément  $i$  on calcule les déformations dans les trois directions (1 longitudinal et 2 transversales) entre les instants  $t_0$  et  $t_n$  :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx}^i = \frac{x_n^i - x_0^i}{x_0^i} \\ \varepsilon_{yy}^i = \frac{y_n^i - y_0^i}{y_0^i} \\ \varepsilon_{zz}^i = \frac{z_n^i - z_0^i}{z_0^i} \end{cases} \quad [3.5]$$

Ensuite, on calcule la moyenne de ces déformations sur tous les éléments. Ainsi, on obtient une déformation longitudinale moyenne ( $\bar{\varepsilon}_{xx}$ ) et deux déformations transversales moyennes ( $\bar{\varepsilon}_{yy}$  et  $\bar{\varepsilon}_{zz}$ ). La valeur de  $\nu$  est alors calculée dans les deux directions transverses comme suivant :

$$\nu = -\frac{\bar{\varepsilon}_{yy}}{\bar{\varepsilon}_{xx}} \quad \text{ou} \quad \nu = -\frac{\bar{\varepsilon}_{zz}}{\bar{\varepsilon}_{xx}} \quad [3.6]$$

### 3.3.3 Résultats

Le comportement macroscopique du béton est fonction des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  qui interviennent dans les relations micro-macro (paragraphe 2.4.1). Un jeu de ces paramètres a été identifié dans la thèse de [Rousseau, 2009] sur le même modèle en utilisant le même algorithme de maillage de Jerier mais avec une

version améliorée et assez fortement modifiée, et à partir d'un maillage éléments finis généré par un mailleur différent:

$$\begin{cases} \alpha = 3.7 \\ \beta = 2.198 \\ \gamma = 3.79 \end{cases} \quad [3.7]$$

En réalisant un essai de compression élastique avec  $E=30$  GPa et  $\nu=0.2$ , on obtient un module d'Young de l'ordre de 41 GPa, ce qui est très loin de la valeur visée. Le calcul du coefficient de Poisson par l'approche globale donne  $\nu=0.183$ , et avec la méthode locale on obtient  $\nu=0.17$ . On constate qu'en changeant l'algorithme de génération du maillage ED, et pour des rapports  $R_{\max}/R_{\min}$  différents, on aura besoin de réidentifier les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ . Cela est nécessaire afin de reproduire les caractéristiques élastiques imposées dans le jeu de données initial et qui entrent dans le calcul des raideurs locales au niveau des interactions.

### 3.3.4 Identification des raideurs locales

Cette procédure est réalisée dans le but de calibrer les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  pour une coordinance fixée à 12. Les équations 2.7 montrent que les raideurs locales dépendent de la taille des éléments ( $D_{init}^{ab}$ ). On vérifiera également la nécessité de réidentifier du jeu de paramètres pour chaque finesse du maillage.

Les équations 2.4 (cf. paragraphe 2.4.1) montrent que le coefficient de Poisson  $\nu$  est fonction du rapport  $K_s/K_n$ , alors que le module d'Young  $E$  dépend non seulement de ce rapport mais aussi de la raideur normale  $K_n$ . Par la suite on va définir le module d'Young  $E_0$  obtenu pour  $K_s/K_n = 1$ . Le rapport entre  $E$  et  $E_0$  sera écrit pour adimensionner le module d'Young  $E$  pour qu'il soit fonction du rapport entre  $K_s$  et  $K_n$  seulement :

$$\begin{cases} \frac{E}{E_0} = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \frac{K_s}{K_n}} \frac{\frac{\beta}{\gamma} + \frac{K_s}{K_n}}{\frac{\beta}{\gamma} + 1} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_s}{K_n}}{\alpha + \frac{K_s}{K_n}} \end{cases} \quad \text{où } E_0 = \frac{D_{init}^{ab}}{S_{int}} K_n \frac{\beta + 1}{\alpha + 1} \quad [3.7]$$

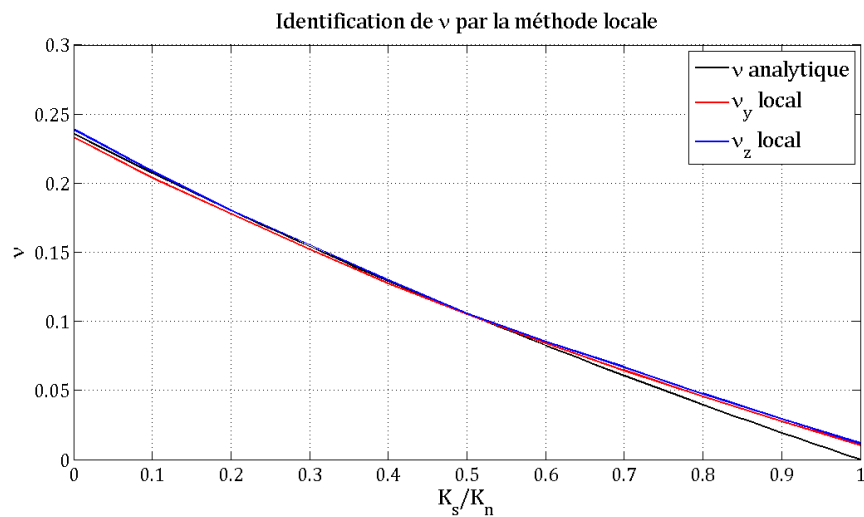
En faisant varier le rapport entre  $K_s$  et  $K_n$  de 0 à 1 avec un pas de 0.1, on lance une simulation de compression simple pour chacune de ces valeurs. Ensuite, on traite les résultats pour déterminer :

- le coefficient de Poisson par les deux approches : locale (Figure 3.7) et globale (Figure 3.8).

- le module d'Young en calculant la pente de la courbe contrainte déformation (Figure 3.9).

Ensuite, on reporte sur une courbe l'évolution du rapport  $E/E_0$  et du coefficient de Poisson calculés en fonction du rapport  $K_s/K_n$  et on les compare à leur évolution suivant les formules analytiques présentées dans l'équation 3.7. La stratégie de calibration est la suivante :

- le paramètre  $\alpha$  détermine seul l'allure de la courbe de  $\nu$ .
- le rapport  $\beta/\gamma$  est ajusté pour que l'évolution numérique du rapport  $E/E_0$  soit le plus proche de son évolution analytique. Puis on détermine le couple  $(\beta, \gamma)$  qui permet de reproduire le module d'Young fixé dans le jeu de donné.



**Figure 3.7 - Comparaison de l'évolution de  $\nu$  analytique et la courbe de  $\nu$  numérique obtenue par l'approche locale**

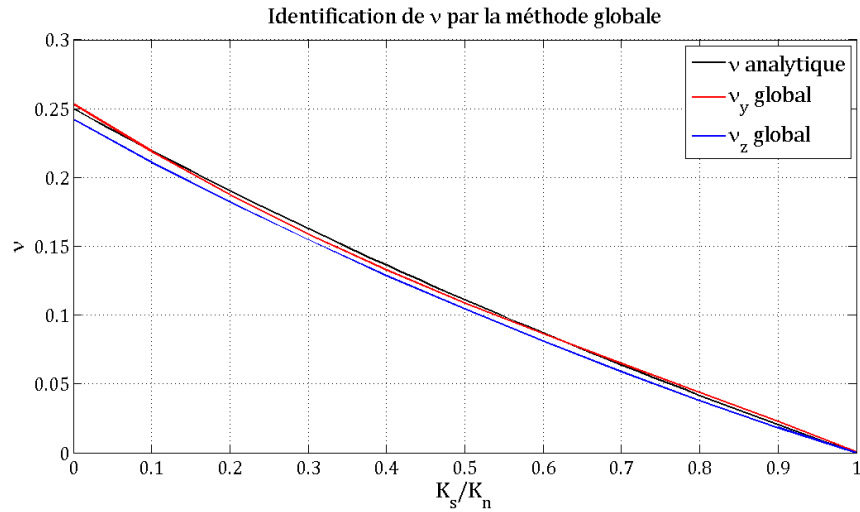


Figure 3.8 - Comparaison de l'évolution de  $\nu$  analytique et la courbe de  $\nu$  numérique obtenue par l'approche globale

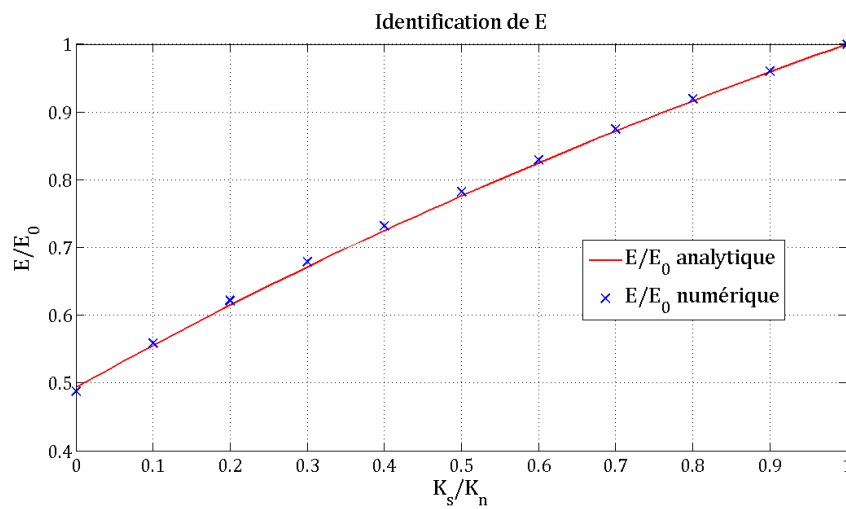


Figure 3.9 - Evolution du rapport  $E/E_0$  analytique et de la courbe  $E/E_0$  numérique

On obtient le jeu de paramètres suivant avec l'approche locale:

$$\begin{cases} \alpha = 4.24 \\ \beta = 3.4524 \\ \gamma = 5.04 \end{cases} \quad [3.8]$$

Et avec l'approche globale on obtient:

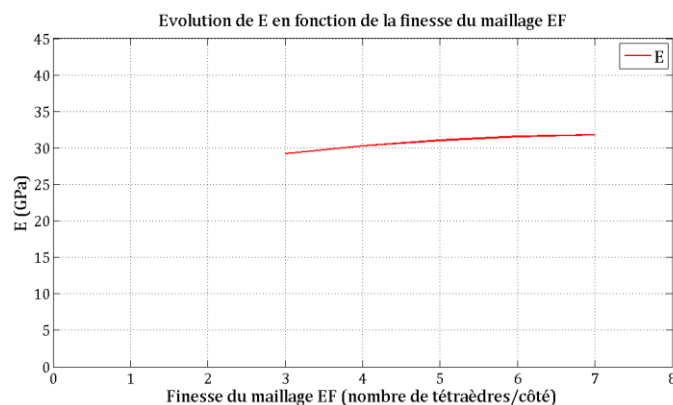
$$\begin{cases} \alpha = 4.0 \\ \beta = 3.1552 \\ \gamma = 4.93 \end{cases} \quad [3.9]$$

On remarque d'après les figures 3.7 et 3.8 que le calcul du coefficient de Poisson par l'approche locale donne des valeurs très proches dans les deux directions transverses y et z. Tandis qu'avec l'approche globale, le coefficient de Poisson dépend de la direction transverse choisie. Pour la suite, on a adopté les paramètres identifiés par l'approche locale pour réaliser les essais de compression-traction simples.

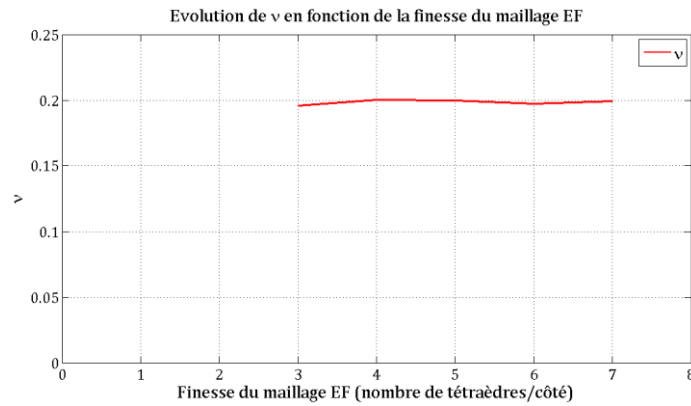
Dans le but de valider ce jeu de paramètres, le même essai de compression simple a été refait avec tous les maillages présentés dans le tableau 3.1. Ensuite on a déterminé les valeurs de E et  $\nu$  numériques pour des valeurs d'entrée : E=30 GPa et  $\nu=0.2$ . Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2 et les figures 3.10 et 3.11.

Nombre de tétraèdres par côté	Nombre total des ED	$\nu$ (local) moyen	E numérique (GPa)	Erreur relative sur $\nu$ (%)	Erreur relative sur E (%)
3	3384	0.1956	29.22	2.2	2.6
4	9218	0.2001	30.27	0.03	0.9
5	16405	0.1996	31.05	0.23	3.5
6	24426	0.1972	31.55	1.4	5.17
7	48243	0.1992	31.78	0.43	5.93

**Tableau 3.2 - Calcul de E et  $\nu$  pour différentes finesses du maillage EF avec les erreurs relatives en %**



**Figure 3.10 - Evolution de E en fonction de la finesse du maillage EF**

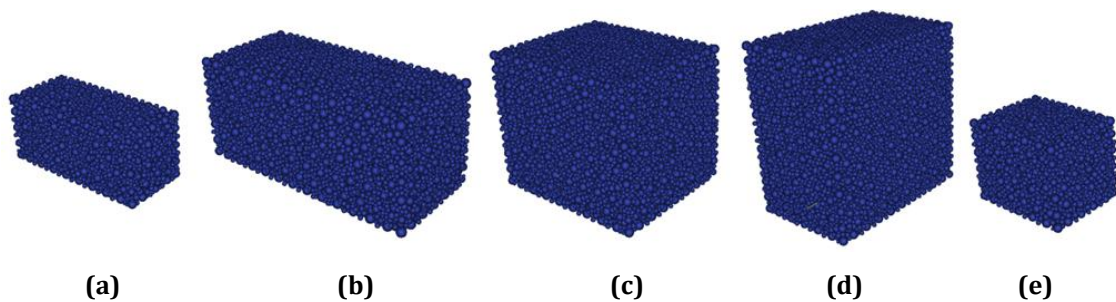


**Figure 3.11 - Evolution de  $\nu$  en fonction de la finesse du maillage EF**

Après avoir identifié les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , il faut vérifier le comportement élastique pour des éprouvettes de différentes dimensions et formes (Tableau 3.3). Leurs maillages sont représentés dans la figure 3.12. Les mesures de  $E$  et  $\nu$  montrent une bonne reproductibilité des valeurs mises en jeu :  $E=30$  GPa et  $\nu=0.2$ . En effet, l'erreur maximale relative sur la mesure de  $E$  est inférieure à 5% et celle de  $\nu$  est inférieure à 6%, ce qui représente une bonne reproductibilité des caractéristiques élastiques pour différentes géométries avec différentes dimensions.

N° éprouvette	Hauteur (m)	Longueur (m)	Largeur (m)	$\nu$	$E$ (GPa)	Erreur relative sur $\nu$ (%)	Erreur relative sur $E$ (%)
1	0.6	0.3	0.3	0.2081	31.14	4.05	3.8
2	0.4	0.4	0.4	0.2097	31.38	4.85	4.6
3	0.25	0.5	0.5	0.1969	30.73	1.55	2.43
4	0.25	0.25	0.25	0.2123	29.06	5.9	3.13

**Tableau 3.3 - Calcul de  $E$  et  $\nu$  pour différentes éprouvettes**



**Figure 3.12 - Différentes éprouvettes utilisées: (a) Eprouvette utilisée lors de l'identification linéaire - (b), (c), (d) et (e) représentent respectivement les éprouvettes 1, 2, 3 et 4**



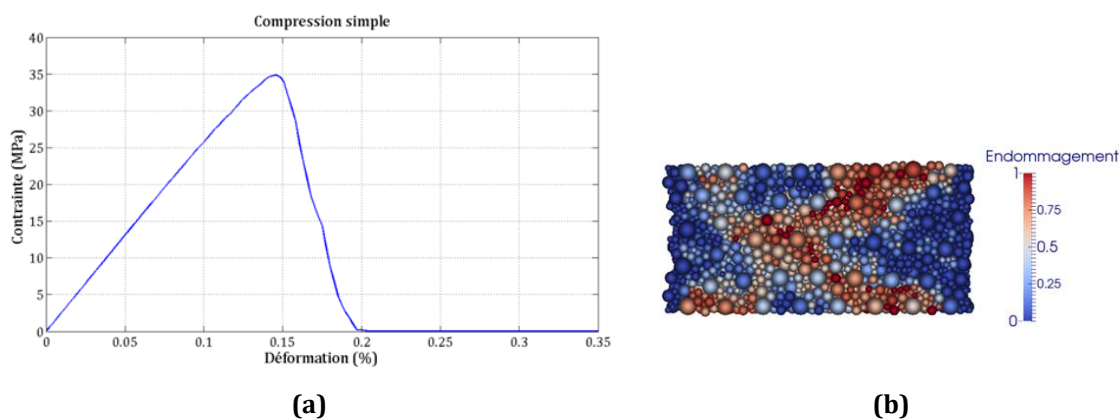
### 3.3.5 Conclusion

Avec la procédure d'identification, le nouveau jeu de paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  trouvé permet de reproduire les caractéristiques élastiques fixées pour le béton. Elle est réalisée sur une éprouvette dont le maillage est suffisamment isotrope avec une taille choisie la plus petite possible. Ensuite, l'identification a été validée pour différentes finesses et les erreurs obtenues lors de calcul du module d'Young et du coefficient de Poisson sont faibles. De même, on observe une très bonne reproductibilité en calculant les caractéristiques élastiques pour différentes éprouvettes de différentes formes et dimensions. Par suite, le modèle ED permet de reproduire le comportement élastique réel du béton à différentes échelles et particulièrement à l'échelle d'une grande structure en béton.

## 3.4 Non linéarité

### 3.4.1 Simulation d'un essai de compression simple

Les travaux de [Rousseau, 2009] ont montré que les paramètres locaux du modèle qui influencent le comportement non linéaire macroscopique sont : la cohésion  $C_0$ , la limite locale de traction  $T$  et l'adoucissement  $\zeta$  (paragraphe 2.4.5). En utilisant les valeurs recommandées par ces travaux pour ces paramètres, on a simulé le comportement non linéaire en compression simple sur la même éprouvette utilisée pour identifier les paramètres élastiques.



Les résultats présentés dans la figure 3.13 montrent une forte chute de la courbe contrainte-déformation dans la partie post-pic. Cela signifie que le comportement du modèle ED est trop fragile en compression. Dans ce dernier cas, la rupture de l'éprouvette a lieu par effet de Poisson dans la direction transverse : des contraintes de traction transversales apparaissent entraînant l'endommagement et la rupture de l'éprouvette. Il faut noter que dans notre modèle, l'endommagement est défini comme le nombre de liens cassés sur le nombre de liens initialement créés.

Localement au niveau de l'interaction cohésive entre deux éléments discrets, le paramètre  $\zeta$  contrôle le caractère adoucissant du comportement en traction (paragraphe 2.4.5). L'augmentation de  $\zeta$  permet au lien d'atteindre la même limite locale de traction  $T$  mais il met plus de temps à rompre. Donc on peut augmenter sa valeur afin d'avoir un comportement suffisamment ductile en compression. Pour vérifier cela, une étude de sensibilité au paramètre  $\zeta$  du comportement non linéaire en compression et traction simples a été réalisée. On a utilisé un jeu de paramètres fixe mais arbitraire (Tableau 3.4) notre objectif n'étant pas de représenter un béton particulier mais juste d'étudier l'influence de chaque paramètre individuellement. En changeant la valeur de chaque paramètre, on peut voir son influence sur la forme de la courbe contrainte déformation.

$E$	$\nu$	$T$	$C_0$	$\zeta$	$\Phi_i, \Phi_c$
30 GPa	0.2	2.5 MPa	4 MPa	4	5°

Tableau 3.4 - Jeu de paramètres utilisé dans l'étude de sensibilité

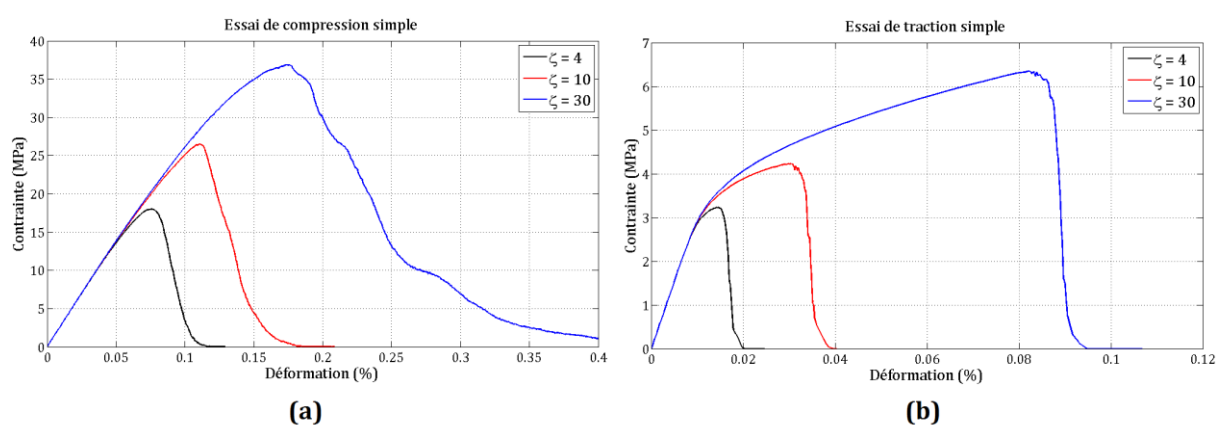


Figure 3.14 - Essai de (a) compression et (b) traction pour  $\zeta=4$ ,  $\zeta=10$  et  $\zeta=30$

La figure 3.14 montre qu'en augmentant la valeur de  $\zeta$  de 4 jusqu'à 30, la courbe contrainte-déformation change autant en compression qu'en traction. En effet, la partie post-pic de la courbe de compression devient plus douce pour un adoucissement élevé, et la contrainte limite de compression augmente d'une façon importante. En traction, la contrainte limite augmente d'un facteur 2 mais un comportement plastique apparaît dans la partie de la courbe avant le pic. On peut donc avec ce paramètre augmenter la ductilité en compression cependant le résultat n'est pas en accord avec le comportement expérimental du béton en traction simple.

L'étude de sensibilité sur les différents paramètres des lois d'interactions non-linéaires locales est présentée dans les figures 3.15, 3.16, 3.17 et 3.18. Les résultats sont les suivants :

- En passant de  $T=2.5$  MPa à  $T=5$  MPa, la contrainte limite de traction est doublée (Figure 3.15). De même en compression, le pic de compression augmente de 70% avec un très léger changement de la phase post-pic. Dans les deux cas, l'allure de la courbe reste inchangée.

- En doublant la valeur de la cohésion  $C_0$  (de 4 MPa à 8 MPa), on observe que la courbe de traction reste inchangée ce qui paraît logique puisque le critère de cisaillement n'est pas activé dans cet essai. En revanche, la courbe de compression est légèrement changée avec une augmentation de 5% de la contrainte limite de compression, et la phase post-pic semble faiblement changée (Figure 3.16).

- Les figures 3.17 et 3.18 montrent que les angles de frottement interne  $\Phi_i$  et de contact  $\Phi_c$  n'ont aucune influence visible sur le comportement en compression et en traction.

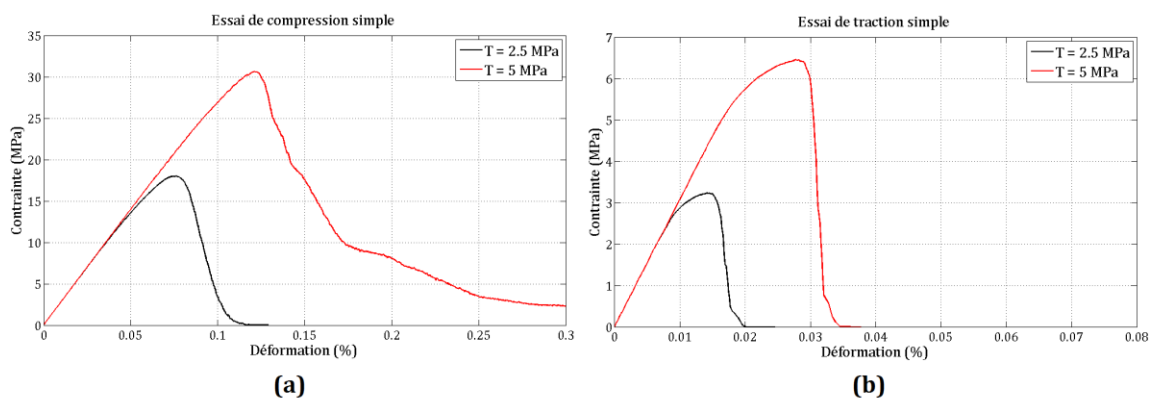


Figure 3.15 - Essai de (a) compression et (b) traction pour  $T=2.5$  MPa et  $T=5$  MPa

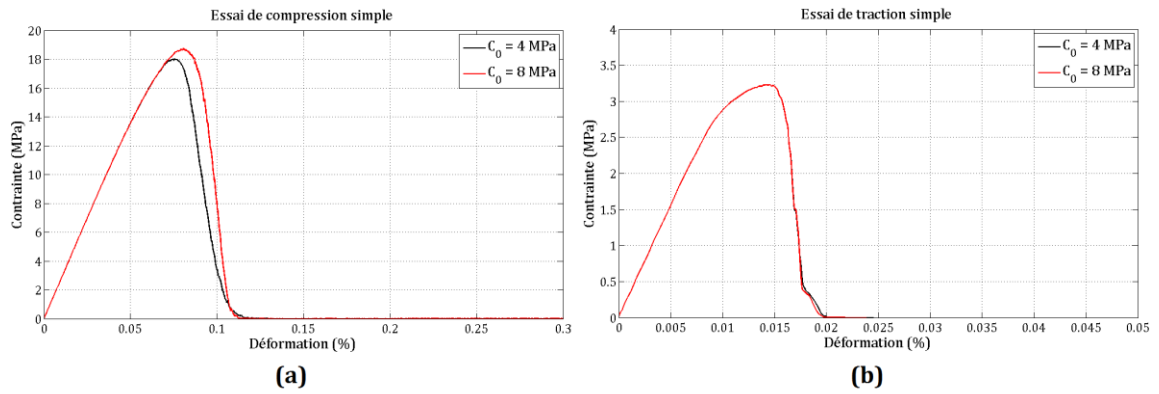


Figure 3.16 - Essai de (a) compression et (b) traction pour  $C_0 = 4$  MPa et  $C_0 = 8$  MPa

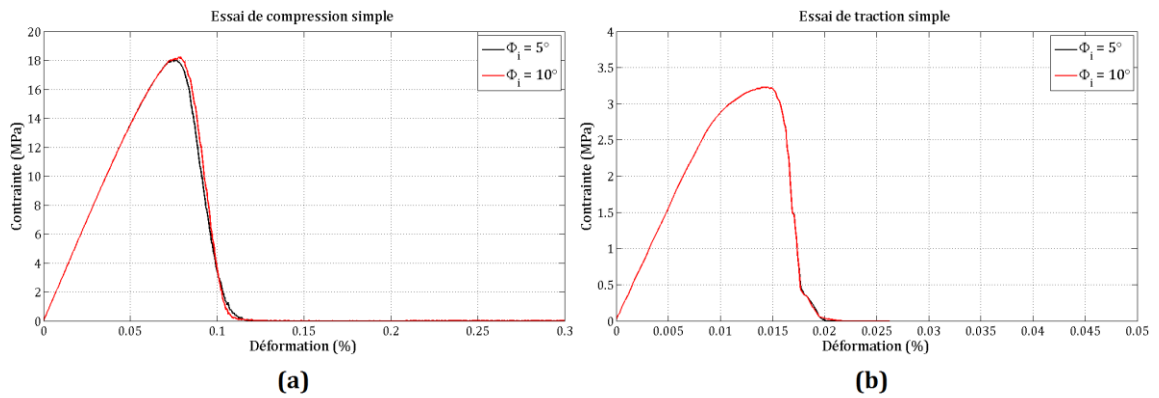


Figure 3.17 - Essai de (a) compression et (b) traction pour  $\Phi_i = 5^\circ$  et  $\Phi_i = 10^\circ$

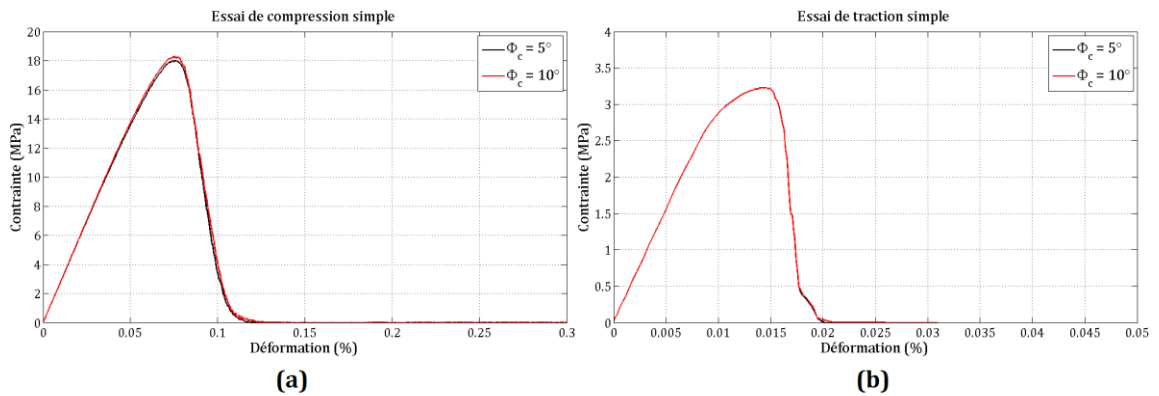


Figure 3.18 - Essai de (a) compression et (b) traction pour  $\Phi_c = 5^\circ$  et  $\Phi_c = 10^\circ$

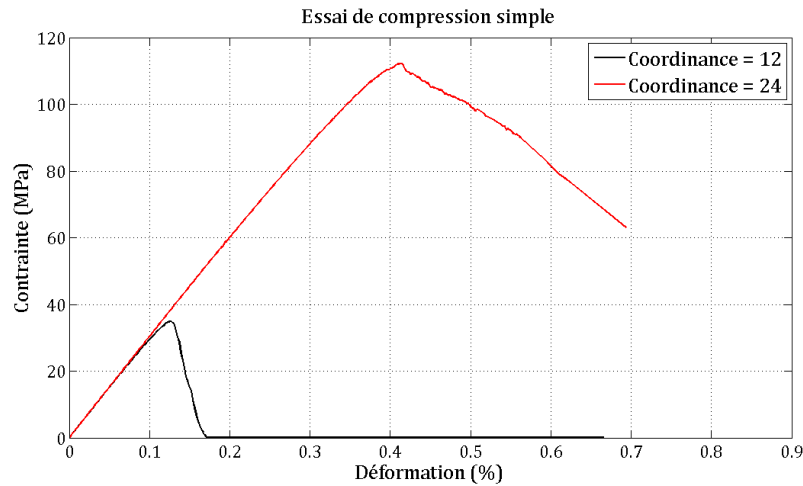
D'après les tests de sensibilités, on peut conclure que l'adoucissement  $\zeta$  et la limite locale de traction  $T$  ont une grande influence sur le comportement en compression et en traction, tandis que la cohésion  $C_0$  n'a d'influence qu'en compression. Cependant ces paramètres ne permettent pas de reproduire la ductilité de la phase post-pic obtenue expérimentalement. Le but final est de pouvoir trouver un jeu de paramètres avec lesquels on peut reproduire le comportement de traction et de compression en même temps.

La seule possibilité est d'agir sur le paramètre d'adoucissement  $\zeta$  en l'augmentant afin d'assurer un comportement assez ductile en compression. Cependant, en traction la contrainte limite augmente et le comportement devient très plastique, ce qui n'est pas en accord avec le comportement expérimental du béton. De même il faut avoir un modèle ED capable de bien reproduire le rapport entre les contraintes limites locales de compression et de traction  $\sigma_c/\sigma_t$ , et dans le cas de bétons à faible coefficient de Poisson ce rapport peut atteindre une valeur de 10. Avec le modèle actuel, on ne peut pas trouver un jeu de paramètres permettant d'obtenir à la fois ce rapport et une ductilité en compression suffisante.

Nous allons proposer et tester par la suite deux méthodes pour pallier à ce problème: l'augmentation de la coordinance et l'introduction de la Loi de Transfert de Moment entre les ED en interaction.

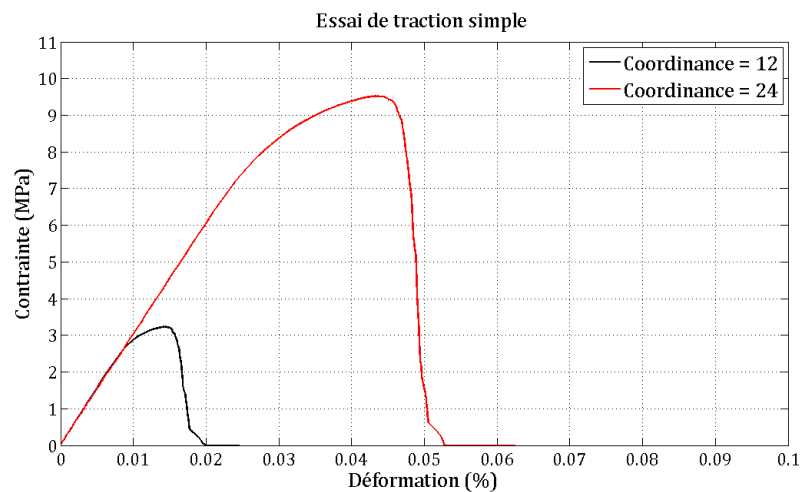
### **3.4.2 Augmentation de la coordinance**

On a vu dans le paragraphe 2.3.1 que la coordinance, ou le nombre moyen d'interactions par ED intervient sur les coefficients à utiliser pour obtenir le comportement élastique du béton. Nous allons également chercher à déterminer l'influence de la coordinance sur le comportement non-linéaire du modèle. Pour réaliser cette étude, on a simulé deux essais de compression simple avec des caractéristiques élastiques constantes  $E=30$  GPa et  $\nu=0.2$ : la première avec une coordinance égale à 12, et la deuxième avec une coordinance égale à 24. Le coefficient d'interaction  $\lambda$  est ajusté à chaque fois pour avoir la valeur désirée de la coordinance mesurée sur les éléments intérieurs du maillage. Les résultats sont présentés dans la figure 3.19.



**Figure 3.19 - Courbes contrainte-déformation de compression pour différentes coordinances.**

On remarque une augmentation importante du pic de contrainte  $\sigma_c$  qui passe de 35 MPa à 112 MPa en augmentant la coordinance de 12 à 24. De même la pente post-pic devient moins abrupte ce qui signifie une amélioration de la ductilité du modèle. Physiquement, lors du comportement fragile correspondant à une coordinance égale à 12, la propagation des fissures est brusque entraînant la chute de la contrainte axiale et par suite on obtient une pente raide dans la phase post-pic. D'autre part, lorsqu'on définit une coordinance double, la propagation de l'endommagement est moins rapide comme chaque élément discret est tenu par un grand nombre d'interactions et par conséquent, le temps pour atteindre des grandes valeurs d'endommagement proches de 1 est plus grand.



**Figure 3.20 - Courbes contrainte-déformation de traction pour différentes coordinances.**

Ceci peut expliquer l'influence de la coordinance qui se traduit par l'augmentation du pic de compression et la diminution de la pente de la phase post-pic. Cependant doubler le nombre d'interactions total augmente d'une façon très importante le coût de calcul : le temps CPU a augmenté d'un facteur 3 sur l'exemple traité en doublant la coordinance de 12 à 24. Cela paraît très coûteux en termes de temps de calcul lors de la réalisation des simulations sur des structures en béton. Notre objectif final est d'avoir un modèle numérique discret capable de prédire le comportement dynamique des structures en béton. Cela est envisagé tout en gardant le compromis qualité des résultats/coût de calcul. On constate que les contraintes-limites en traction  $\sigma_t$  et de compression  $\sigma_c$  augmentent d'environ 3 fois en doublant la coordinance (Figures 3.19 et 3.20), ce qui garde toujours le rapport  $\sigma_c/\sigma_t$  constant. Il suffit donc pour récupérer les pics initiaux de contrainte de diviser par ce même rapport la cohésion  $C_0$  et la limite locale de traction  $T$ . Cependant, l'augmentation de la coordinance nous semble une solution trop coûteuse pour reproduire le bon comportement du béton.

### **3.4.3 Loi de Transfert de Moment (LTM)**

#### **3.4.3.1 Introduction**

Comme on a vu précédemment, la méthode aux éléments discrets a été conçue essentiellement pour modéliser le comportement des milieux granulaires. Les éléments sphériques, comme dans notre cas, sont les plus utilisées en raison de la facilité pour détecter les contacts et les interactions au cours du calcul. Le comportement de l'assemblage discret est régi par les forces locales agissant aux points de contact, et les vitesses de rotations des éléments sont uniquement modifiées par les efforts tangentiels. Cela aboutit à une résistance au cisaillement clairement inférieure à celle des matériaux granulaires réels [Bardet, 1994 ; Chareyre, 2003].

Plusieurs auteurs ont proposé des solutions pour pouvoir reproduire la résistance au cisaillement réel. On peut citer Potyondi et Cundall [1999] qui ont proposé l'utilisation de groupes d'éléments collés appelés « clusters » qui ont comme effet de limiter la rotation des éléments. D'autres comme [Calvetti *et al.*, 2003] ont bloqué les rotations des éléments dans le but d'obtenir un angle de

frottement macroscopique plus grande et réaliste en même temps tout en gardant la forme sphérique des éléments.

Pour les matériaux cohésifs comme le béton, on peut se demander si la forme sphérique des éléments pose un problème de roulement excessif non représentatif de la réalité. En s'inspirant, des travaux réalisés pour les milieux granulaires, on peut tester l'effet de ces solutions limitant le roulement sur la ductilité du béton.

La première option consiste à utiliser des éléments discrets de formes complexes polyédriques voire des clusters pour les limiter les rotations des éléments. Mais cette solution nécessite des développements importants sur le code que nous utilisons actuellement et surtout elle engendre des coûts de calcul beaucoup plus importants.

La deuxième proposition consiste à bloquer les rotations des éléments discrets. Hentz [2003] a montré l'efficacité du blocage des rotations dans l'augmentation du rapport entre les contraintes limites de compression et de traction tout en assurant un comportement suffisamment ductile en compression. Les résultats obtenus sont corrects à l'échelle de la structure ([Hentz, 2003], [Plassiard *et al.*, 2004]) mais le phénomène de cisaillement n'est alors contrôlé localement que par le phénomène de glissement. Cet aspect peut donner lieu à des résultats non réalistes pour les matériaux cohésifs lors de la modélisation d'une poutre de béton [Hentz 2003] ou lors de simulations d'essais triaxiaux sur matériaux pulvérulents [Iwashita et Oda 1998].

Une troisième option consiste à rajouter une action mécanique s'opposant au roulement entre les éléments sphériques. Une loi de transfert de moment (LTM) a été proposée par Plassiard [2007], loi assez similaire à celle proposée par Iwashita et Oda [1998] dans le cas des milieux granulaires. En effet, le phénomène de cisaillement n'est plus contrôlé que par le phénomène de glissement entre les éléments, mais aussi par le mouvement de roulement [Oda, 1982]. Nous allons retenir pour la tester cette option qui conserve la forme sphérique des ED. La loi de comportement devra être modifiée en tenant compte d'un moment opposé au roulement afin de la limiter. La loi de transfert de moment (LTM) qu'on a implantée dans notre modèle béton est inspirée de celle proposée par Plassiard, et sera détaillée dans la suite.

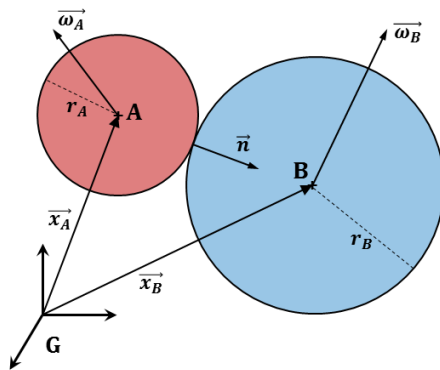


Il faut noter aussi qu'il est indispensable d'introduire la LTM pour modéliser les éléments d'armatures lors du chargement dans les structures en béton armé. En effet, ces armatures sont modélisées avec une rangée d'éléments discrets et pour être capable de reproduire le comportement en flexion de cette armature, il est nécessaire d'utiliser cette loi. Des travaux sur le modèle ED de l'acier ont été réalisés dans la thèse de Rousseau [2009].

### 3.4.3.2 Définition du roulement entre deux éléments

Au niveau du lien, le roulement dépend de la rotation relative entre deux éléments discrets. Dans le cas le plus simple où les deux éléments sont de même taille, le roulement est obtenu par la rotation différentielle entre les deux éléments en interaction. Ce n'est pas notre cas car la distribution des tailles est polydisperse.

Au temps  $t$



Au temps  $t+dt$

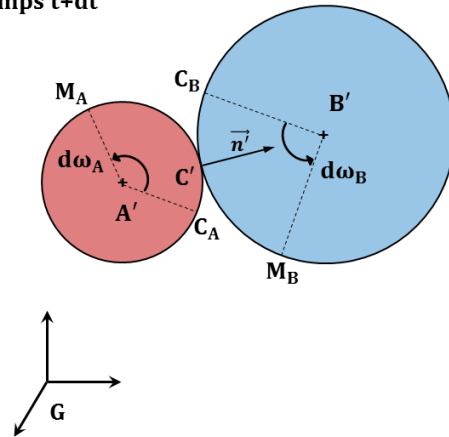
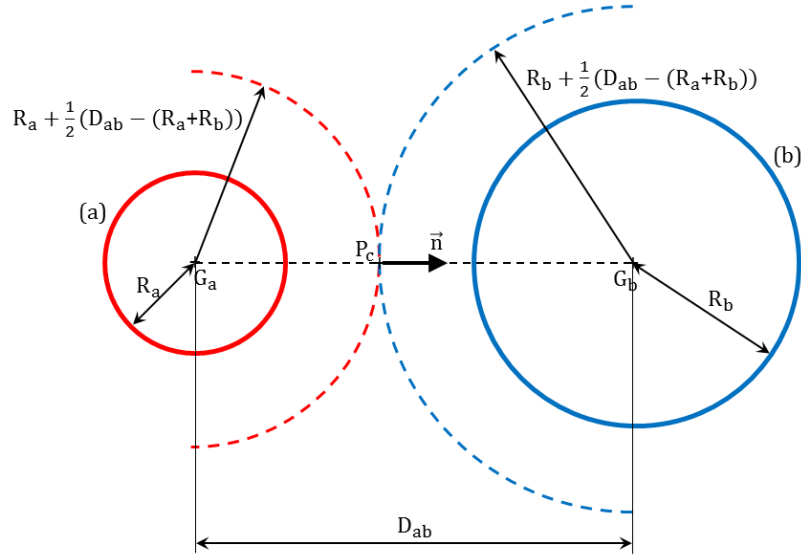


Figure 3.21 - Evolution du contact entre deux éléments A et B entre deux instants  $t$  et  $t+dt$ .

On va exprimer les équations ci-dessous dans le repère global  $G$  afin de formuler les relations correspondant aux modifications des lois constitutives par la loi de transfert de moment (LTM). On considère deux éléments A et B en interaction pouvant être de type contact ou de type lien cohésif. Les calculs sont ramenés aux points de contact : point  $C$  pour l'interaction contact (Figure 3.21), et le point  $P_c$  pour le lien cohésif (Figure 3.22).



**Figure 3.22 - Détermination du point de contact P\_c pour une interaction de type lien**

Les deux éléments A et B ont des rayons respectifs  $r_A$  et  $r_B$ . Dans le repère global, à l'instant  $t$ , leur position est définie par les vecteurs positions  $\vec{x}_A$  et  $\vec{x}_B$ , et les vecteurs rotations notées  $\vec{\omega}_A$  et  $\vec{\omega}_B$ . Les vecteurs vitesses de rotations sont nommées  $\vec{\dot{\omega}}_A$  et  $\vec{\dot{\omega}}_B$ , alors que les incréments de rotation durant un pas de temps  $dt$  sont donnés par  $\vec{d\omega}_A$  et  $\vec{d\omega}_B$ . Le vecteur normal de contact au point C au temps  $t$  est défini par  $\vec{n}$  dirigé de A vers B. Dans la configuration à  $t+dt$ , le nouveau point de contact est au point C' et le nouveau vecteur normal de contact est nommé  $\vec{n}'$ .

Pour calculer le roulement, il faut calculer les deux parties qui interviennent dans ce phénomène : la rotation et le glissement. On considère les deux points  $C_A$  et  $C_B$  définie de la manière suivante dans la configuration à  $t+dt$  (Figure 3.22):

$$\begin{cases} \overrightarrow{A'C_A} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{B'C_B} = \overrightarrow{BC} \end{cases} \quad [3.10]$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{C'C_A}$  et  $\overrightarrow{C'C_B}$  correspondent au mouvement de translation et au glissement pour chaque sphère :

$$\begin{cases} \overrightarrow{C'C_A} = r_A(\vec{n} - \vec{n}') \\ \overrightarrow{C'C_B} = r_B(\vec{n}' - \vec{n}) \end{cases} \quad [3.11]$$

Chaque élément est repéré par un point matériel au cours de son mouvement. Au temps  $t$ , le point matériel des deux éléments est le même et se

situé au point C. Au temps  $t+dt$ , et après rotation de chaque élément, les points matériels de A et B se trouvent respectivement aux points  $M_A$  et  $M_B$  déterminés par les vecteurs suivants :

$$\begin{cases} \overrightarrow{C_A M_A} = r_A dt \vec{\omega}_A \wedge \vec{n} \\ \overrightarrow{C_B M_B} = -r_B dt \vec{\omega}_B \wedge \vec{n} \end{cases} \quad [3.12]$$

Par suite, on peut calculer les positions de  $M_A$  et  $M_B$  par rapport au point de contact  $C'$  :

$$\begin{cases} \overrightarrow{C' M_A} = \overrightarrow{C' C_A} + \overrightarrow{C_A M_A} = r_A((\vec{n} - \vec{n}') + dt \vec{\omega}_A \wedge \vec{n}) \\ \overrightarrow{C' M_B} = \overrightarrow{C' C_B} + \overrightarrow{C_B M_B} = r_B((\vec{n}' - \vec{n}) - dt \vec{\omega}_B \wedge \vec{n}) \end{cases} \quad [3.13]$$

Dans le cas particulier d'un assemblage monodisperse où tous les éléments sont de même taille, on a  $r_A = r_B = r$ . Dans ce cas, le vecteur de roulement incrémental  $\overrightarrow{dU_r}$  s'écrit d'une manière simplifiée :

$$\overrightarrow{dU_r} = \frac{\overrightarrow{C' M_A} + \overrightarrow{C' M_B}}{2} = \frac{r}{2} (\vec{\omega}_A + \vec{\omega}_B) \wedge \vec{n} dt \quad [3.14]$$

En revanche, dans notre cas l'assemblage est polydisperse avec un rapport maximal égal à 3 entre le rayon maximal et le rayon minimal de l'assemblage. En considérant que la dispersion des rayons n'est pas trop importante, on peut considérer que le vecteur incrémental de roulement peut être calculé toujours par la moyenne des deux vecteurs  $\overrightarrow{C' M_A}$  et  $\overrightarrow{C' M_B}$  pour un modèle bidimensionnel [Iwashita et Oda, 1998]. On supposera par la suite que cette hypothèse reste valable pour notre modèle tridimensionnel :

$$\overrightarrow{dU_r} = \frac{\overrightarrow{C' M_A} + \overrightarrow{C' M_B}}{2} = \frac{1}{2} [(r_A - r_B)(\vec{n} - \vec{n}') + dt (r_A \vec{\omega}_A - r_B \vec{\omega}_B) \wedge \vec{n}] \quad [3.15]$$

Comme le roulement est lié à la rotation relative des éléments, on peut déduire le vecteur angulaire de roulement incrémental  $\overrightarrow{d\theta_r}$  à partir du vecteur incrémental de roulement:

$$\overrightarrow{d\theta_r} = \frac{\|\overrightarrow{dU_r}\|}{r} \overrightarrow{n_{d\theta_r}} \quad [3.16]$$

où  $r$  représente le rayon moyen des deux éléments et  $\overrightarrow{n_{d\theta_r}}$  est le vecteur unitaire portant la direction du vecteur  $\overrightarrow{d\theta_r}$  :

$$r = \frac{r_A + r_B}{2} \quad [3.17]$$

$$\overrightarrow{n_{d\theta_r}} = \frac{\overrightarrow{n'} \wedge \overrightarrow{dU_r}}{\|\overrightarrow{n'} \wedge \overrightarrow{dU_r}\|} \quad [3.18]$$

Le vecteur angulaire de roulement  $\overrightarrow{\theta_r}$  est donc calculé en faisant la somme des incréments  $\overrightarrow{d\theta_r}$  depuis la création du contact, et à partir de ce vecteur on va exprimer le vecteur moment appliqué pour limiter le roulement :

$$\overrightarrow{\theta_r} = \sum \overrightarrow{d\theta_r} \quad [3.19]$$

Il faut noter que le mouvement de pivotement est négligé c.à.dire qu'il n'y a pas de moment appliqué dû à la rotation relative autour de la normale  $\vec{n}$ .

### 3.4.3.3 Calcul du moment de roulement

La LTM introduite utilise un modèle élasto-plastique présenté dans la figure 3.23. La partie élastique correspond au contrôle de la raideur du roulement par la LTM, et la deuxième partie est liée à une valeur limite imposée au moment de roulement.

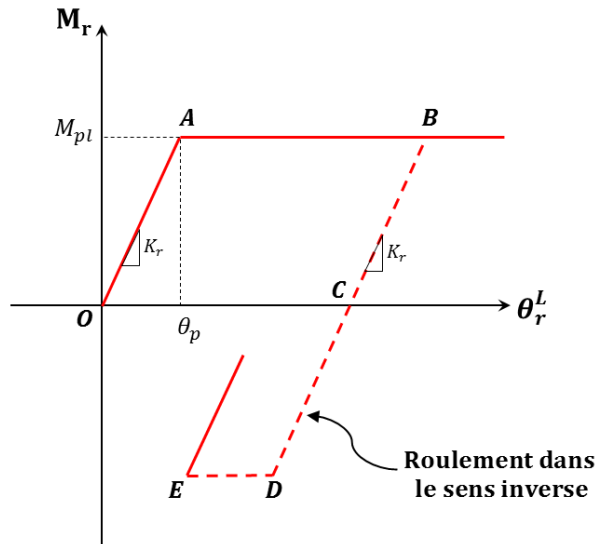


Figure 3.23 - Modèle élasto-plastique pour le moment de roulement.

Le modèle de roulement est constitué de deux phases chacune décrite par un paramètre : l'élasticité par la raideur de roulement  $K_r$ , et la plasticité par le

moment plastique limite de roulement  $M_{plas}$ . Le déchargement dans la partie plastique se fait linéairement avec un roulement irréversible jusqu'au point C suivant une pente égale à  $K_r$ . Pour tenir compte des cycles de chargement-déchargement, le modèle doit tenir compte du roulement dans le sens inverse (partie CD). Un modèle similaire a été utilisé et validé par [Ai *et al.*, 2011] dans le cadre d'étude du comportement des milieux granulaires. Le modèle doit être capable de reproduire les phénomènes cycliques mis en jeu dues aux charges cycliques lors des impacts dynamiques sur les structures.

Pour calculer le moment de roulement  $\overrightarrow{M_r}$ , on n'utilise que la partie correspondant au roulement du vecteur  $\overrightarrow{\theta_r}$  et on ne tient pas compte du pivotement. En d'autres termes, dans le modèle de comportement associé au roulement, la valeur de  $\theta_r^L$  correspond au vecteur  $\overrightarrow{\theta_r}$  projeté sur le plan perpendiculaire au vecteur normal  $\overrightarrow{n'}$  :

$$\theta_r^L = \|\overrightarrow{\theta_r} - (\overrightarrow{\theta_r} \cdot \overrightarrow{n'})\overrightarrow{n'}\| \quad [3.20]$$

Une fois la valeur de  $\theta_r^L$  connue, nous pouvons calculer la norme du moment produit par le roulement sous l'hypothèse d'écrouissage isotropique dans le plan de contact. Le moment  $M_{elast}^L$  est lors calculé comme suivant :

$$M_{elast}^L = K_r(\theta_r^L - \theta_p) \quad [3.21]$$

où  $\theta_p$  représente les irréversibilités angulaires de roulement dans la phase plastique.

$si M_{elast}^L > 0$	$\begin{cases} si M_{elast}^L < M_{plas} \text{ alors } M_r = M_{elast}^L \\ si M_{elast}^L > M_{plas} \text{ alors } \begin{cases} M_r = M_{plas} \\ \theta_p = \theta_r^L - \frac{M_{plas}}{K_r} \end{cases} \end{cases}$
$si M_{elast}^L < 0$	$\begin{cases} si M_{elast}^L > -M_{plas} \text{ alors } M_r = M_{elast}^L \\ si M_{elast}^L < -M_{plas} \text{ alors } \begin{cases} M_r = M_{plas} \\ \theta_p = \theta_r^L + \frac{M_{plas}}{K_r} \end{cases} \end{cases}$

**Tableau 3.5 - Calcul du moment de roulement**

L'irréversibilité signifie que les deux éléments discrets en interactions ne peuvent pas revenir à leur configuration initiale même si l'énergie élastique de roulement est entièrement restituée. La valeur de  $\theta_p$  est initiée à zéro, mais à chaque itération on vérifie si le comportement devient plastique pour calculer la valeur de l'irréversibilité angulaire comme présenté dans le tableau 3.5.

Le vecteur moment de roulement  $\overrightarrow{M_r}$  est déterminé à partir de la valeur  $M_r$  calculée et du vecteur unitaire  $\overrightarrow{n_{M_r}}$  qui porte la direction du moment comme suivant :

$$\overrightarrow{M_r} = M_r \overrightarrow{n_{M_r}} \quad [3.22]$$

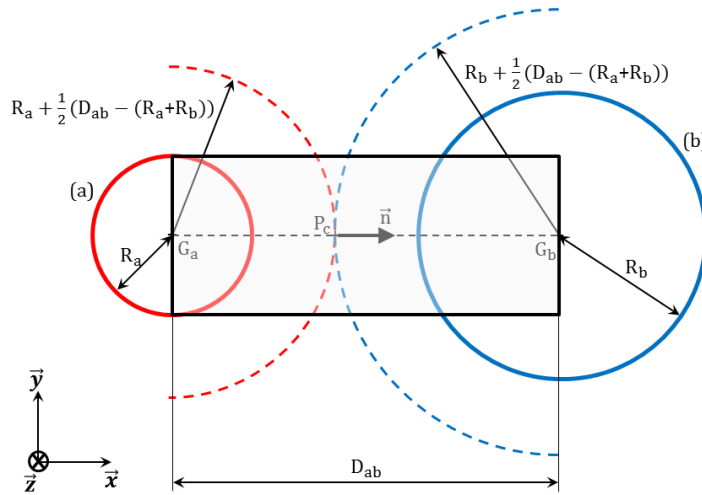
$$\overrightarrow{n_{M_r}} = \frac{\overrightarrow{\theta_r} - (\overrightarrow{\theta_r} \cdot \overrightarrow{n'}) \overrightarrow{n'}}{\|\overrightarrow{\theta_r} - (\overrightarrow{\theta_r} \cdot \overrightarrow{n'}) \overrightarrow{n'}\|} \quad [3.23]$$

Il nous reste d'exprimer la raideur  $K_r$  et le seuil plastique  $\overrightarrow{M_{plas}}$  en fonction des caractéristiques géométriques de l'interaction et des propriétés élastiques et non-linéaires des lois de comportement locales. Cela sera détaillé dans le paragraphe suivant.

#### 3.4.3.4 Calcul de la raideur et du seuil plastique de roulement

Pour définir la raideur de roulement  $K_r$ , on va se servir de l'analogie d'une poutre équivalente entre les deux éléments au point de contact (Figure 3.24) pour proposer une expression. On va considérer le cas général d'une interaction cohésive entre deux éléments A et B, et on va calculer les rayons fictifs  $r'_A$  et  $r'_B$  des sphères tenant compte du nouveau point de contact  $P_c$ .

$$\begin{cases} r'_A = r_A + \frac{1}{2} (D_{ab} - (r_A + r_B)) \\ r'_B = r_B + \frac{1}{2} (D_{ab} - (r_A + r_B)) \end{cases} \quad [3.24]$$



**Figure 3.24 - Analogie d'une poutre composée par les deux éléments en interaction**

On considère que la rigidité de roulement est assurée par une poutre circulaire de rayon  $R = \min(r_A, r_B)$ . En faisant le calcul de moment fléchissant autour de l'axe  $z$ , et dans l'hypothèse des petites déformations, on obtient :

$$M_f = E I_{zz} y'' = E I_{zz} \frac{dy'}{dx} = E I_{zz} \frac{y'_A - y'_B}{x_A - x_B} \quad [3.25]$$

Où  $E$  est le module d'Young et  $I_{zz}$  le moment quadratique de la poutre de section circulaire :

$$I_{zz} = \frac{\pi R^4}{4} \quad [3.26]$$

En faisant l'analogie entre la déformation de la poutre et la rotation relative des deux éléments, on peut considérer le terme  $x_A - x_B$  comme équivalent à la distance  $D_{ab}$  et le terme  $y'_A - y'_B$  est équivalent à la rotation relative entre les deux sphères  $d\theta = d\theta_A - d\theta_B$ . Le moment fléchissant s'écrit alors comme suivant:

$$M_f = E I_{zz} \frac{d\theta}{D_{ab}} \quad [3.27]$$

On va considérer que le moment de roulement  $M_r$  est proportionnel à ce moment fléchissant  $M_f$  par l'intermédiaire d'un coefficient de roulement

adimensionnel  $\beta_r$  qui permet de régir la rigidité de roulement  $K_r$ . Le paramètre  $\beta_r$  est positif pour respecter le sens physique.  $M_r$  et  $K_r$  s'écrivent alors:

$$M_f = \beta_r M_f = \beta_r E I_{zz} \frac{d\theta}{D_{ab}} \quad [3.28]$$

$$K_r = \beta_r \frac{E I_{zz}}{D_{ab}} \quad [3.29]$$

D'autre part, le seuil plastique de roulement est calculé en considérant la limite locale de traction  $T$  comme la résistance maximale de la section correspondant au moment plastique  $M_{plas}$ . On va incorporer au modèle un coefficient pondérateur adimensionnel nommé  $\eta$  pour contrôler la valeur du seuil plastique de roulement en fonction du béton dont on veut reproduire le comportement. Le seuil de roulement plastique est calculé tel que :

$$M_{plas} = \eta \frac{T I_{zz}}{r} \quad [3.30]$$

La loi de transfert de moment au niveau de l'interaction est alors régie par le couple de valeurs  $(\beta_r ; \eta)$ . Suivant le matériau béton qu'on va modéliser, il faut caler ces deux paramètres. Dans notre modèle, on a au total 5 paramètres à caler, paramètres qui déterminent le comportement non-linéaire du béton :  $T$ ,  $C_0$ ,  $\zeta$ ,  $\beta_r$  et  $\eta$ . Il faut signaler qu'il va falloir refaire l'identification linéaire du modèle c.à.dire caler les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  en tenant compte de la LTM qui influence également le comportement élastique.

#### 3.4.3.5 Identification linéaire du modèle

Comme le coefficient de raideur de roulement  $\beta_r$  intervient en élasticité, alors il faut recalculer les paramètres linéaires en tenant compte de la LTM. Le deuxième paramètre de roulement  $\eta$  lui n'aura aucune influence tant que le chargement reste suffisamment faible pour rester dans la partie élastique. Il faut donc refaire une étude de sensibilité des paramètres linéaires  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  en fonction de  $\beta_r$ . Au début, on va identifier ces paramètres pour  $\beta_r = 1$ , puis on va vérifier la modification du module d'Young et du coefficient de Poisson pour des valeurs croissantes de  $\beta_r$ .



Tout d'abord, un essai de compression simple élastique est simulé en utilisant comme paramètres linéaires ceux trouvés dans [3.9]. On a fixé  $\beta_r = 1$  avec des caractéristiques élastiques d'entrée  $E = 30$  GPa et  $\nu = 0.2$ . Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.6, et montrent une grande erreur sur la mesure du coefficient de Poisson. Cela signifie qu'on a besoin de reidentifier les paramètres linéaires locaux du modèle pour tenir compte de l'influence de la LTM sur la limitation de roulement des éléments discrets. Dans le cas de compression simple, l'effet de roulement est surtout important dans la direction transverse, et la LTM qui limite ce roulement change le coefficient de Poisson mesuré.

$E_{mesuré}$ (GPa)	$\nu_{mesuré}$	Erreur relative sur E (%)	Erreur relative sur $\nu$ (%)
29.6	0.1585	1.33	20.75

**Tableau 3.6 - Mesures de E et  $\nu$  avec les paramètres linéaires trouvés dans [3.9] et en tenant compte de la LTM**

La stratégie consiste à identifier les paramètres linéaires locaux du modèle pour  $\beta_r = 1$ , et puis à déterminer la gamme de valeur de  $\beta_r$  pour laquelle les erreurs relatives sur les caractéristiques élastiques mesurées restent négligeables. Les résultats de la procédure d'identification sont présentés dans le tableau 3.7. Ils montrent que le jeu de paramètres locaux identifié  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  est valide pour une gamme de valeurs de  $\beta_r$  allant de jusqu'à 50. Au-delà de 50, les erreurs relatives sur E et  $\nu$  deviennent très importantes, et on a besoin de reidentifier de nouveau les paramètres à chaque fois qu'on change la valeur de  $\beta_r$ . On verra dans la suite qu'on aura besoin d'une valeur de  $\beta_r$  beaucoup plus petite que 50 afin de reproduire le comportement macroscopique expérimental du béton.

Paramètres locaux identifiés	$\alpha = 4.4$	$\beta = 3.3361$	$\gamma = 4.57$
$\beta_r$	Erreur sur E (%)	Erreur sur $\nu$ (%)	
1	0.07	0.31	
10	0.13	1.5	
20	0.38	1.05	
30	0.85	1.1	
40	0.96	2.45	
50	0.91	2.45	
60	9.88	27.8	

**Tableau 3.7 - Erreurs sur E et  $\nu$  mesurés pour différents coefficient de raideur  $\beta_r$**

De même, on vérifie la reproductibilité de  $E$  et  $\nu$  en fonction de la finesse du maillage (Tableau 3.8) et de la géométrie (Tableau 3.9). On trouve que l'erreur maximale sur la mesure de ces paramètres élastiques est de moins de 6%, ce qui est acceptable et montre une bonne reproductibilité de  $E$  et  $\nu$ .

Nombre de tétraèdres par côté	Nombre total des ED	$\nu$ (local) moyen	$E$ numérique (GPa)	Erreur relative sur $\nu$ (%)	Erreur relative sur $E$ (%)
4	9218	0.2002	30.01	0.1	0.03
5	16405	0.2016	29.8	0.8	0.67
6	24426	0.1978	30.3	1.1	1
7	48243	0.2008	31	0.4	3.33

Tableau 3.8 - Reproduction de  $E$  et  $\nu$  pour différentes finesesses du maillage EF

N° éprouvette	Hauteur (m)	Longueur (m)	Largeur (m)	$\nu$	$E$ (GPa)	Erreur relative sur $\nu$ (%)	Erreur relative sur $E$ (%)
1	0.6	0.3	0.3	0.1977	31.1	1.15	3.67
2	0.4	0.4	0.4	0.2005	31.3	0.25	4.33
3	0.25	0.5	0.5	0.2034	29.1	1.7	3.0
4	0.25	0.25	0.25	0.189	30.8	5.5	2.67

Tableau 3.9 - Reproduction de  $E$  et  $\nu$  pour différentes géométries

### 3.4.3.6 Identification non linéaire du modèle

#### a- Types de bétons à identifier

Dans la suite, le comportement uniaxial non-linéaire de trois types de béton sera identifié : le béton R30A7 sec, le béton R30A7 humide à 42% et le béton C50 (Tableau 3.10). Le béton R30A7 ordinaire de référence est caractéristique de la majorité des ouvrages existants, y compris les ouvrages sensibles (barrages, centrales nucléaires...). Ce béton est formulé pour avoir une résistance en compression simple à 28 jours de l'ordre de 30 MPa [Gabet, 2006 ; Vu, 2007]. D'autre part, le béton C50 est un BHP fabriqué par le laboratoire VTT (Technical research center of Finland) dans le cadre du projet IRIS (IRIS, 2010-2012) [Vu, 2013].

Toutefois, en traction les informations sont limitées à une valeur de la contrainte limite de traction  $\sigma_t$  déterminée à partir d'un essai de traction par fendage. L'allure de la courbe contrainte-déformation n'est pas connue dans ce cas, et donc on est obligé à faire des hypothèses sur le caractère ductile-fragile. Alors, on va essayer de reproduire la contrainte limite en traction avec un comportement assez fragile.

Béton	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)
C50	30	0.2	67	4.7
R30A7 sec	26	0.16	42	3.8
R30A7 humide 42%	25	0.16	33.8	3.0

Tableau 3.10 - Paramètres non-linéaires identifiés pour trois types de béton.

### **b- Essais de sensibilité**

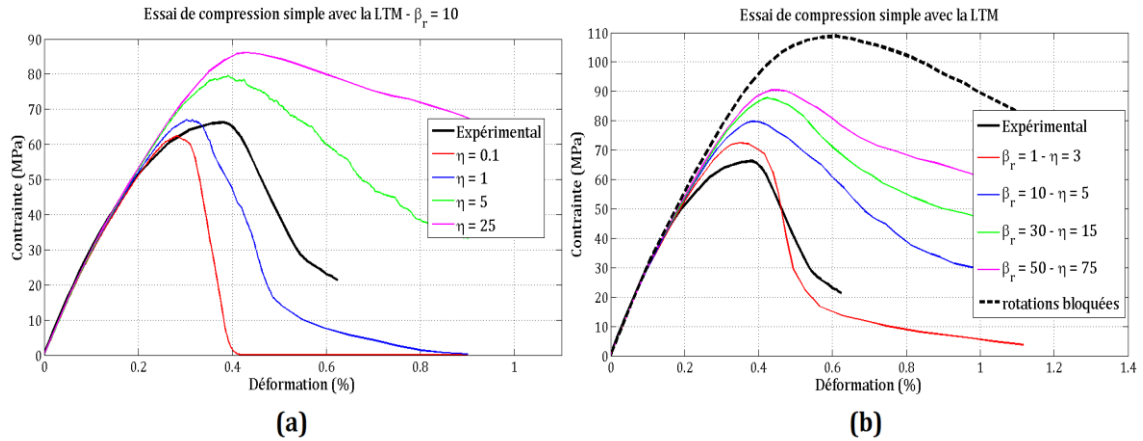
Ces essais ont été réalisés sur le béton C50 déjà présenté. Il y a cinq paramètres qui régissent le comportement non-linéaire du modèle : trois paramètres des lois d'interactions locales ( $C_0$ ,  $T$ ,  $\zeta$ ) et deux coefficients caractérisant la LTM ( $\beta_r$ ,  $\eta$ ). On va choisir tout d'abord des valeurs pour les trois premiers paramètres et les fixer (Tableau 3.11). Ensuite, on va étudier l'influence des paramètres  $\beta_r$  et  $\eta$  contrôlant la LTM sur le comportement macroscopique ductile du béton en compression. Il faut trouver une couple de valeurs ( $\beta_r$ ,  $\eta$ ) assurant la bonne ductilité en compression. Une fois les valeurs de  $\beta_r$  et  $\eta$  fixées, on procède à l'identification des trois paramètres  $C_0$ ,  $T$  et  $\zeta$  par des essais de compression-traction uniaxiaux.

T (MPa)	$C_0$ (MPa)	$\zeta$
4	12	12

Tableau 3.11 - Paramètres non-linéaires fixés pour l'étude de sensibilité aux coefficients de la LTM

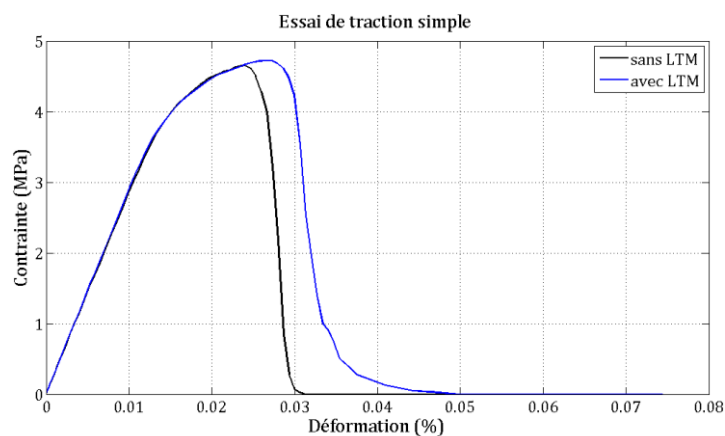
La figure 3.25a montre les résultats des essais de compression simple pour une valeur fixe du coefficient de raideur de roulement  $\beta_r$  égale à 10 et pour différentes valeurs du coefficient de roulement plastique  $\eta$ . On trouve que pour des valeurs croissantes de  $\eta$  allant de 0.1 jusqu'à 25, le pic de contrainte augmente de 60 MPa jusqu'à 86 MPa et la pente post-pic devient de moins en moins abrupte. Par

suite, le coefficient  $\eta$  nous permettra de contrôler la pente post-pic pour une valeur fixe de  $\beta_r$ .



**Figure 3.25 - Etude de sensibilité des courbes de compression simple (a) au coefficient du seuil plastique de roulement  $\eta$  et (b) au coefficient de raideur de roulement  $\beta_r$**

D'autre part, on a étudié l'influence de  $\beta_r$  sur le pic de compression comme présenté dans la figure 3.25b. On trouve que pour chaque valeur  $\beta_r$  il y a une valeur de  $\eta$  permettant d'obtenir la ductilité maximale du comportement c.à.dire avoir la pente post-pic la moins raide. De même, le pic de contrainte augmente avec la valeur de  $\beta_r$  et on s'approche de la courbe correspondant au blocage des rotations des éléments discrets du modèle. Cependant, on n'a pas tracé les courbes au-delà de  $\beta_r=50$  car cela nécessiterait de réidentifier les paramètres élastiques du modèle à chaque fois.



**Figure 3.26 - Influence de la LTM sur la courbe de traction simple**

Il nous faut également vérifier l'influence de la LTM en traction (Figure 3.26). On trouve qu'avec la LTM le pic de traction augmente avec une rupture légèrement moins fragile. Cette faible modification peut être due au fait que sous un chargement de traction, les éléments discrets ne roulent pas trop au contraire du cas de compression simple où les éléments ont tendance à bien rouler et glisser.

La LTM maintient la ductilité du comportement et permet de reproduire un rapport élevé entre la contrainte limite de compression  $\sigma_c$  et celle de traction  $\sigma_t$ .

Nous avons pensé à trouver des valeurs conseillées de  $\beta_r$  et  $\eta$ , et qui seront fixes pour n'importe quel type de béton et permettant d'assurer la ductilité suffisante du comportement en compression. Par suite, il reste à caler que trois paramètres :  $T$ ,  $C_0$  et  $\zeta$ . D'après les résultats présentés dans les figures 3.25 a et b, on a choisi une couple de valeurs ( $\beta_r$ ,  $\eta$ ) convenable pour reproduire le comportement macroscopique ductile du béton, soit  $\beta_r=5$  et  $\eta=5$ .

La procédure d'identification (Figure 3.27) consiste à identifier l'adoucissement  $\zeta$  et la limite locale de traction  $T$  sur un essai de traction simple, puis on peut identifier le paramètre de cohésion  $C_0$  sur un essai de compression simple. Les paramètres de frottement  $\Phi_i$  et  $\Phi_c$  n'ont pas beaucoup d'influence sur le comportement du béton soit en compression ou en traction simple.

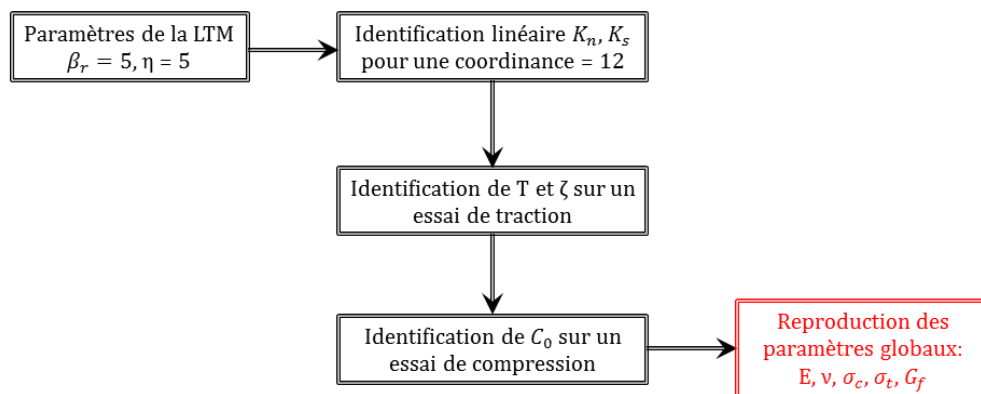


Figure 3.27 - Procédure d'identification des paramètres du modèle

Le tableau 3.12 présente les résultats de la procédure d'identification des trois bétons avec les propriétés mécaniques reproduites. Les courbes contrainte-déformation correspondant en compression et en traction à chaque béton sont montrés dans les figures 3.28, 3.29 et 3.30.

Béton	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)	T (MPa)	$C_0$ (MPa)	$\zeta$
C50	30	0.2	67	4.7	3.65	14	13
R30A7 sec	26	0.16	42	3.8	2.3	4.5	6
R30A7 humide 42%	25	0.16	33.8	3.0	2.1	4.0	4

Tableau 3.12 - Paramètres non-linéaires identifiés pour trois types de béton.

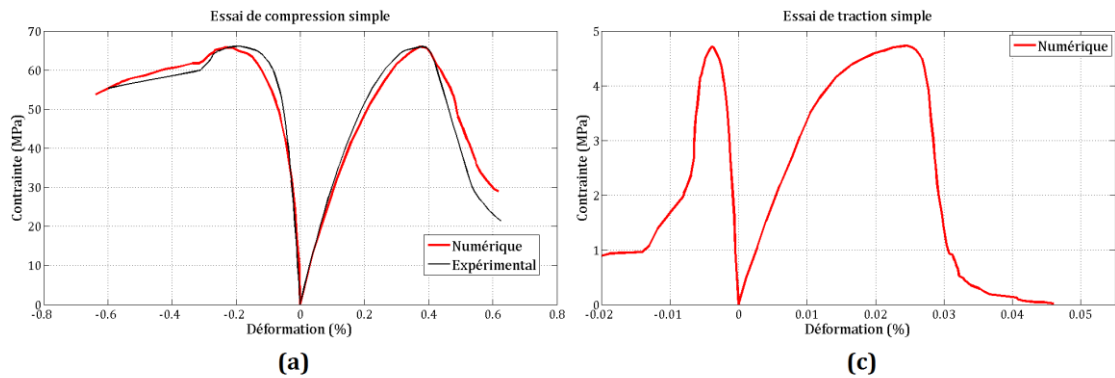


Figure 3.28 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton C50

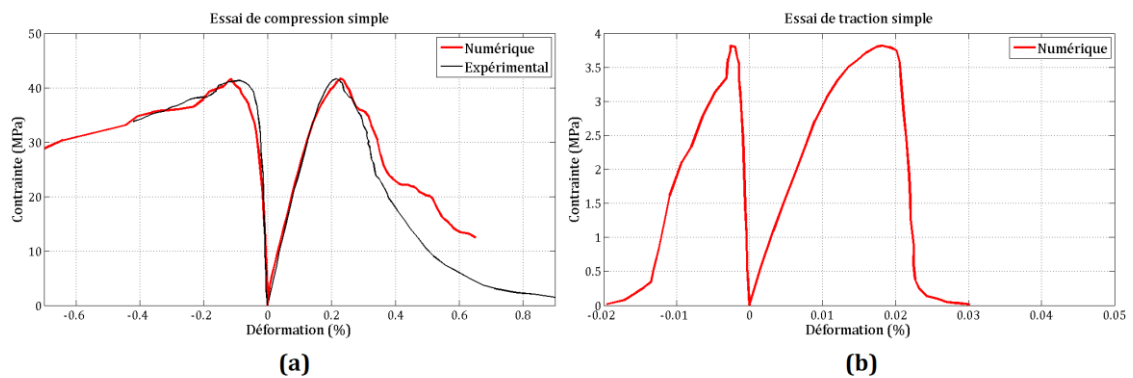
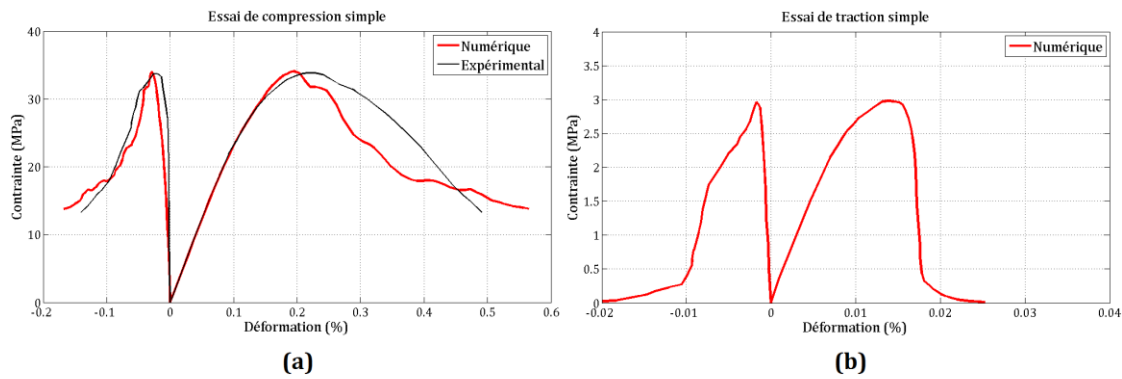
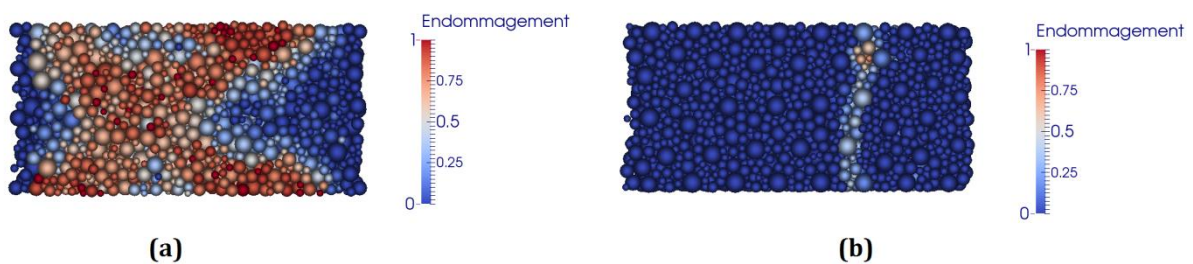


Figure 3.29 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton R30A7 sec



**Figure 3.30 - Courbes de (a) compression et de (b) traction uniaxiales identifiées pour le béton R30A7 humide à 42%**

L'endommagement du béton numériquement correspond à celui d'un béton réel : en compression des bandes de cisaillement apparaissent (Figure 3.31a), et en traction on trouve un plan de rupture (Figure 3.31b).



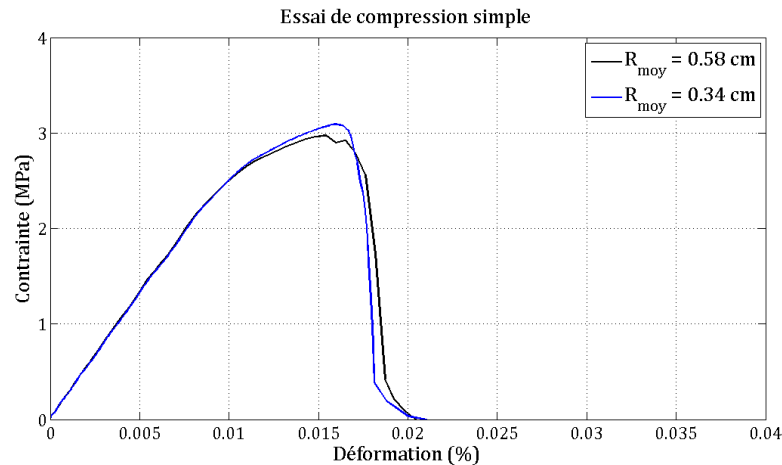
**Figure 3.31 - Endommagement lors des essais de (a) compression et de (b) traction uniaxiales du béton R30A7 humide**

La procédure d'identification non-linéaire a montré la capacité du modèle élément discret à représenter le comportement réel du béton en compression et en traction simples. La loi de transfert de moment (LTM) permet d'assurer la ductilité en compression et de reproduire un rapport entre les contraintes limites de compression et de traction élevé comme dans le cas du béton C50.

### 3.4.3.7 Influence de la taille des éléments

L'une des caractéristiques intrinsèques du béton est l'énergie de rupture  $G_f$  qui est définie par l'énergie dissipée par unité de surface de la fissure. Généralement, elle est déterminée à partir de l'essai de flexion trois points sur une petite poutre entaillée (voir paragraphe 1.2.2.2). Une étude réalisée par Rousseau

[Rousseau, 2009] avec le modèle sans LTM trouvait que l'énergie de rupture est proportionnelle à  $R^3$  où  $R$  est le rayon moyen du maillage, et qu'il fallait recalculer le paramètre d'adoucissement  $\zeta$  pour garder l'énergie de rupture bien reproduite. Cela pose un problème de reproduction du comportement macroscopique du béton et notamment  $G_f$  en fonction du maillage. Nous allons vérifier cette influence de la taille du maillage, avec le modèle utilisant la LTM, sur la courbe contrainte-déformation du béton en traction simple.



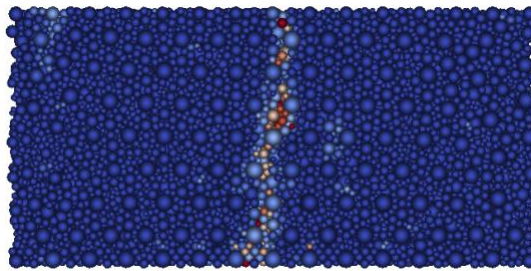
**Figure 3.32 - Courbes contrainte-déformation lors d'un essai de traction simple pour différentes tailles d'éléments**

La figure 3.34 montre l'essai de traction simple sur le béton R30A7 simulé avec deux maillages : le premier considéré comme gros contient 8630 éléments de rayon moyen 0.6 cm, et le deuxième très fin contient 48243 éléments et de rayon moyen 0.34 cm. Les paramètres non-linéaires sont ceux déjà identifiés et indiqués dans le tableau 3.12.

On remarque bien que la courbe contrainte-déformation reste quasiment la même en changeant la taille des éléments du maillage. Cela montre bien la capacité du modèle à reproduire l'énergie de rupture, qui est proportionnelle à l'aire sous la courbe, indépendamment de la taille des éléments. La figure 3.33 montre l'endommagement lors de l'essai de traction simple avec le maillage fin. En le comparant avec celui du gros maillage (Figure 3.31), on trouve qu'on a un plan de rupture dans les deux cas. En revanche, au contraire du gros maillage, le plan de rupture est exactement au milieu dans le cas de maillage fin. Cela est dû à la différence d'isotropie entre les deux maillages : quand l'isotropie est meilleure,



aucune direction de fissuration n'est privilégiée et la rupture aura lieu au niveau du plan de symétrie.



**Figure 3.33 - Création d'une fissure lors de l'essai de traction simple avec le maillage fin.**

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le comportement quasi-statique du notre modèle ED a été étudié sur une éprouvette en béton à l'échelle macroscopique. Tout d'abord, il est vu qu'en apportant des améliorations à l'algorithme de Jerier et en changeant le rapport  $R_{\max}/R_{\min}$ , le jeu de paramètres élastiques du modèle identifié par Rousseau [2009] n'est plus convenable. Un nouveau jeu de paramètres a été identifié en réalisant des essais de compression uniaxiale quasi-statique sur un maillage suffisamment isotrope. Une étude de reproductibilité a été montrée en fonction de la finesse, la forme et les dimensions du volume maillé.

D'autre part, le comportement non linéaire du modèle présente une fragilité très remarquable en compression simple. Le roulement des éléments sphériques sous des efforts de cisaillement peut entraîner une propagation rapide de l'endommagement et par suite aboutir à une rupture macroscopique fragile. Ensuite, la loi de transfert de moment (LTM) a été introduite dans le modèle pour limiter le roulement des éléments. Cette loi fait intervenir deux nouveaux paramètres dans le modèle : une rigidité de roulement et une limite plastique du roulement. Une étude de sensibilité sur ces deux paramètres a montré qu'on peut adopter un jeu de valeurs et la fixer dans le modèle pour n'importe quel type de béton.

Finalement, les comportements de trois types de béton en compression et en traction uniaxiales ont été reproduits en identifiant les paramètres non-linéaires du modèle. Les résultats montrent une très bonne ductilité en compression simple

et que le modèle est capable, après l'introduction de la LTM, de reproduire des rapports élevés de la résistance en compression simple sur la résistance en traction simple.

Dans le chapitre 4 suivant, le modèle sera validé en dynamique rapide en simulant des essais expérimentaux d'écaillage utilisant la barre de Hopkinson. Plusieurs essais mettant en évidence plusieurs niveaux de vitesses de déformation seront simulés. L'objectif est de reproduire numériquement avec notre modèle l'effet de vitesse trouvé expérimentalement.



## CHAPITRE 4

---

### Modélisation des essais de traction dynamique du béton

---

Dans le chapitre précédent, on a validé le modèle aux éléments discrets 3D sur des essais quasi-statiques. Cependant, le domaine de nos applications concerne le comportement dynamique des structures en béton armé sous des impacts sévères. On a besoin alors de valider notre modèle sur des essais dynamiques à l'échelle intermédiaire du laboratoire avant de passer à l'échelle structurelle.

Dans le chapitre 1, on a explicité le comportement du béton sous chargement dynamique. Les résistances apparentes à la traction et à la compression dépendent du taux de déformation.

Dans le cas de compression, Hentz [2003] a montré la capacité du modèle aux éléments discrets à reproduire l'augmentation de la résistance dynamique avec l'augmentation du taux de déformation sans recourir à l'utilisation d'une quelconque viscosité ou d'un temps caractéristique. Autrement dit, il a montré numériquement que l'augmentation de résistance à la compression dynamique résulte d'un effet structure. Cela correspond bien à l'hypothèse inertielle proposée par Janach [1976]: en compression, le passage d'un état de déformation uniaxial à un état de contrainte uniaxiale est accompagné d'un effet Poisson radial qui donne lieu à des forces d'inertie confrontées par un confinement. Ce dernier est assuré par la zone extérieure qui empêche le déchargement radial de la zone intérieure.

Dans le cas de traction, il reste à vérifier l'origine de l'effet de vitesse. Cet effet a été considéré par plusieurs auteurs comme une propriété du matériau : pour des taux de déformation inférieurs au seuil  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , l'augmentation de la résistance est due à l'effet visqueux de l'eau libre dans les micropores [Rossi, 1991], et au-delà de ce seuil l'augmentation est due à la propagation des microfissures à travers les zones les plus raides [Zielinski, 1982]. Hentz [2003] a simulé avec la méthode des éléments discrets des essais de traction dynamique et a proposé un changement de la loi de comportement de traction en s'inspirant des recommandations de la CEB. Il a validé le modèle en se basant sur la position des plans de ruptures par rapport à la surface libre (Figure 4.1). Néanmoins, les travaux réalisés par Erzar et Forquin [2010] ont montré que la fissuration de l'échantillon est un caractère aléatoire et ne peut pas être prise comme critère fiable de validation numérique. En effet, elle dépend fortement de la microstructure et des défauts existants au niveau microscopique.

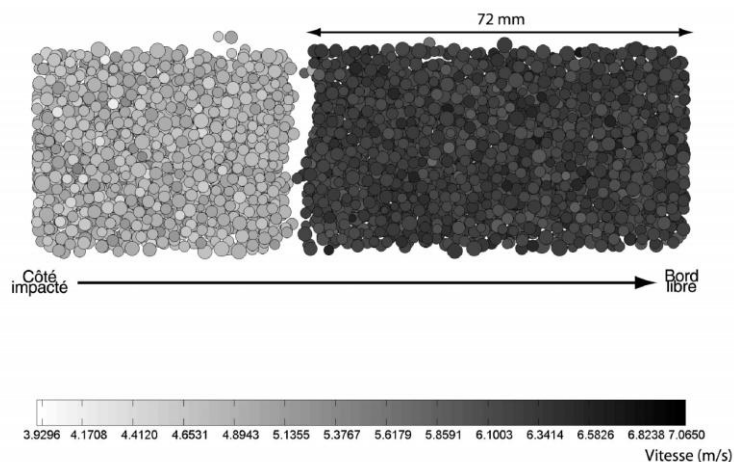


Figure 4.1 - Champ de vitesse dans l'échantillon en béton à la rupture [Hentz, 2003]

Dans la suite, nous allons présenter la modélisation des essais de traction dynamique aux barres de Hopkinson sur le béton R30A7 humide. Deux parmi ces essais ont été réalisés par Erzar et Forquin [2010] au LPMM à Metz, et deux autres ont été réalisés dans le cadre de stage de Master de Antoniou [2014] que nous avons encadré en collaboration avec Forquin au laboratoire 3SR à Grenoble. L'effet de vitesse sera pris en compte en changeant la loi de comportement localement au niveau de chaque interaction en se basant sur les recommandations de la CEB. Ensuite les résultats seront comparés à ceux obtenus expérimentalement.

## 4.1 Données expérimentales

Le principe des essais d'écaillage a été présenté en détails dans le paragraphe 1.2.3.2. Il consiste à utiliser un montage dérivé de l'essai classique aux barres de Hopkinson. Lorsqu'un projectile impacte une barre d'entrée en alliage d'aluminium, une impulsion de compression est générée dans la barre et se propage jusqu'à l'interface barre-échantillon où une partie de l'onde est transmise à l'éprouvette en béton et l'autre partie est réfléchiée dans la barre. Des jauges de déformations dans la barre permettent de mesurer les ondes incidentes et réfléchiées dans la barre ce qui permet de déduire l'onde de compression transmise à l'éprouvette (Figure 4.2). Ensuite, l'impulsion de compression se propage dans l'éprouvette jusqu'au bord libre où elle va se réfléchir en une onde de traction croissante au cours du temps. La superposition de la partie réfléchiée de l'onde avec la partie encore en propagation conduit à l'écaillage de l'éprouvette.

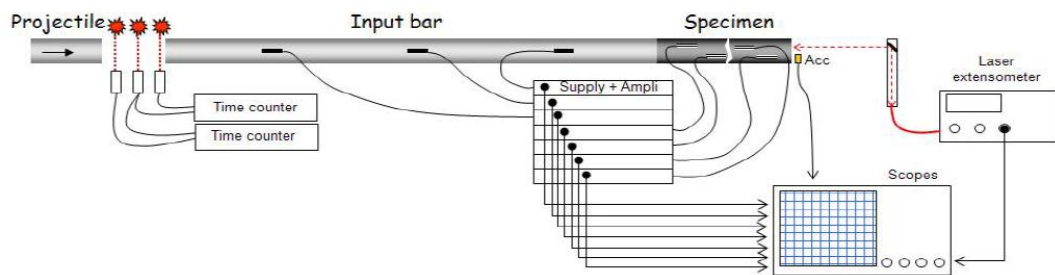


Figure 4.2 - Schéma du montage de l'essai de traction dynamique par écaillage [Erzar et Forquin, 2010]

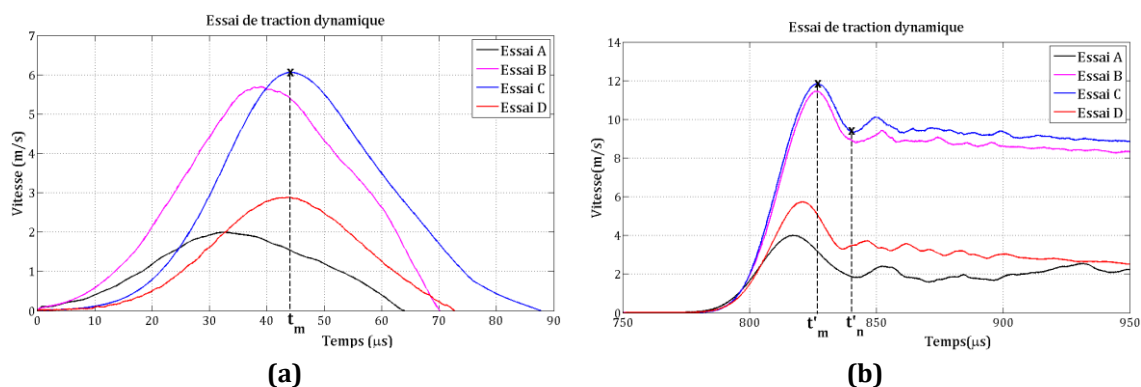
Essai	$\dot{\epsilon} (s^{-1})$
A	30
B	105
C	115
D	50

Tableau 4.1 - Gammes des taux de déformation mesurées pour 4 essais d'écaillage

Béton	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )
R30A7 humide 42%	25	0.16	33.8	3.0	2390

Tableau 4.2 - Propriétés mécaniques du béton R30A7 humide

Les essais réalisés correspondent à quatre gammes de vitesses de déformation mesurées au cours des essais (Tableau 4.1). Le béton utilisé est le béton R30A7 humide dont les propriétés mécaniques sont présentées dans le tableau 4.2. Les éprouvettes sont cylindriques de diamètre 46 mm et de longueur 140 mm. Des jauges de déformations sont aussi placées directement sur l'éprouvette, et reliées à un oscilloscope. De même, un extensomètre laser permet de déterminer d'une manière très précise la vitesse en face arrière de béton au cours du temps (Figure 4.3b). Les impulsions de vitesses transmises aux éprouvettes sont déterminées à partir d'essais préliminaires (Figure 4.3a).



**Figure 4.3 - (a) Impulsions de vitesses appliquées sur la face avant de l'éprouvette en béton et (b) les vitesses mesurées sur le bout libre de l'éprouvette pour 4 essais d'écaillage**

Chaque impulsion de vitesses de la figure 4.3a est appliquée sur la face de l'éprouvette en contact avec la barre d'entrée. L'intensité de l'impulsion doit être telle que l'éprouvette ne soit pas détériorée en compression lors de la propagation de l'onde incidente, et qu'elle soit endommagée en traction après la réflexion de l'onde incidente sur le bord libre de l'échantillon. Au niveau du bord libre, la vitesse de l'impulsion d'entrée est doublée. En d'autres termes, si on regarde la figure 4.3b (instant  $t'_m$ ), on voit que la vitesse augmente progressivement jusqu'à atteindre une valeur maximale en face arrière égale au double de la vitesse maximale en face avant (figure 4.3a). Jusqu'à cet instant  $t'_m$ , aucun endommagement de compression dans l'éprouvette n'existe. Ensuite, la vitesse diminue jusqu'à avoir la rupture par traction au moment où on a une vitesse de rebond à l'instant  $t'_n$ . Notons que si l'amplitude du signal de chargement n'est pas suffisante pour que le signal réfléchi atteigne la résistance en traction de l'échantillon, alors l'échantillon reste intact et le profil de vitesse sur la face arrière

sera le même que celui de la face d'entrée mais doublée tout en gardant la même durée.

Dans la suite, afin de valider notre modèle, on a utilisé comme critères les courbes de vitesse expérimentales enregistrées sur le bord libre de l'éprouvette en béton. En effet, plusieurs raisons nous ont amenés à adopter ce choix :

- Les mesures effectuées par l'intermédiaire de l'extensomètre laser sont très précises et fiables.
- Ces courbes tiennent compte de tous les phénomènes de réflexion et superposition des ondes dans l'éprouvette qui amène à la rupture par écaillage. La reproduction de ces courbes permet de valider le modèle tout en prenant en compte tous ces phénomènes.
- La position des plans de rupture par rapport au bord libre est aléatoire et dépend fortement des défauts de la microstructure de l'éprouvette du béton. Alors elle ne peut pas être prise comme critère de validation de notre modèle.

## 4.2 Modélisation numérique des essais d'écaillage aux barres de Hopkinson

### 4.2.1 Maillage

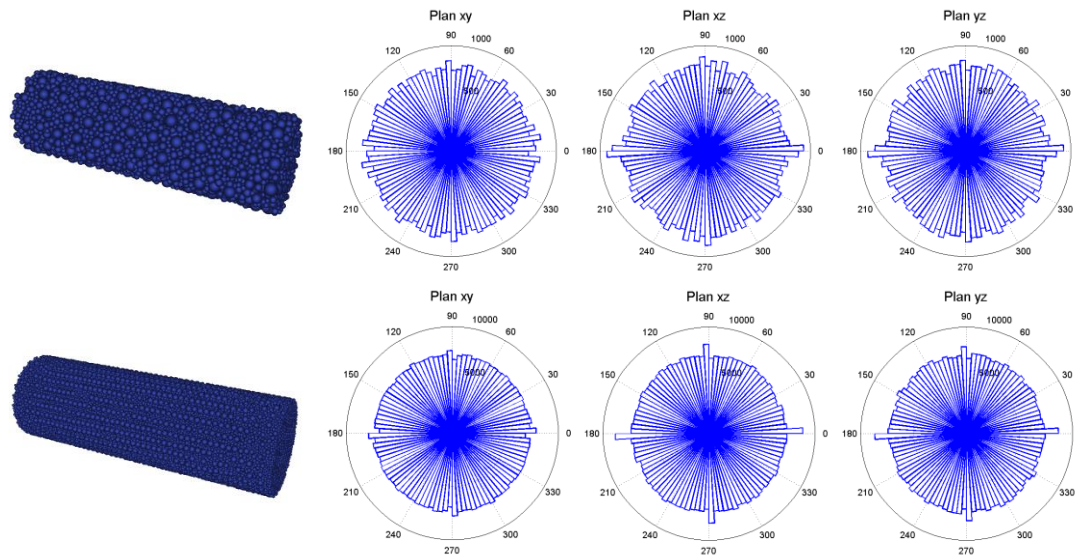
On a réalisé deux maillages : l'un est gros en gardant la notion de 4 tétraèdres par diamètre du maillage aux éléments finis, et l'autre utilise 10 tétraèdres par diamètre du maillage aux éléments finis. Les caractéristiques des deux maillages sont décrites dans le tableau 4.3.

Maillage n°	Nombre total des ED	Rayon moyen (mm)	Compacité
1 (gros)	6744	1.5	0.58
2 (fin)	60233	0.7	0.62

Tableau 4.3 - Propriétés mécaniques du béton R30A7 humide

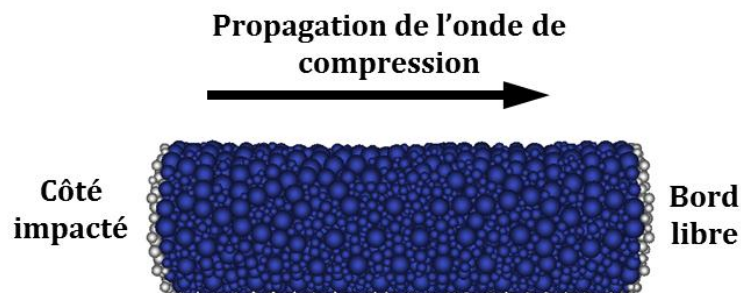


Pour chacun des maillages, on règle le rayon d'interaction pour avoir une coordonnée égale à 12 et on vérifie l'isotropie (Figure 4.4).



**Figure 4.4 - Orientation des interactions dans les trois plans principaux pour les deux maillages gros et fin de l'essai de traction aux barres de Hopkinson**

Le chargement vitesse est appliqué sur une couche d'éléments discrets d'épaisseur  $1.2R_{max}$  du côté avant (3 mm pour le gros maillage et 2 mm pour le maillage fin), et une deuxième couche d'éléments discrets de même épaisseur est choisie sur la face arrière de l'éprouvette pour la mesure de la vitesse (Figure 4.5). Les impulsions de vitesses sont appliquées sur la couche du côté impacté et on calcule à chaque pas de temps la vitesse moyenne de la couche sélectionnée sur le côté libre. Ainsi, on obtient l'évolution au cours du temps de la vitesse de la face arrière. Les essais d'identification quasi-statiques déjà réalisés sur le béton R30A7 humide nous donnent les paramètres locaux présentés dans le tableau 4.4.



**Figure 4.5 - Choix des couches ED pour appliquer le chargement dynamique**

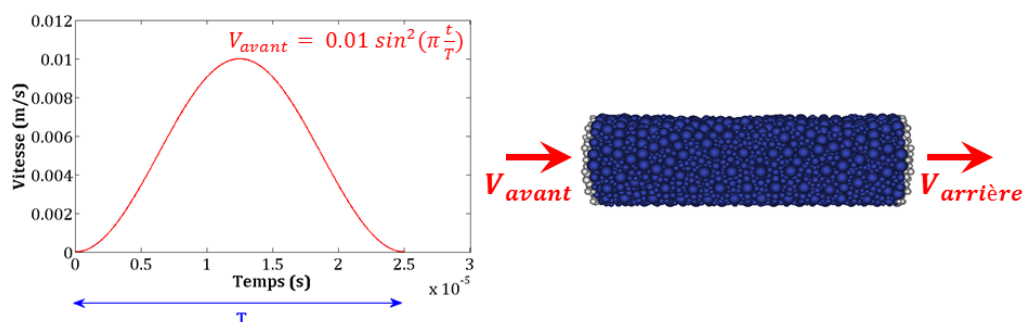
T (MPa)	$C_0$ (MPa)	$\zeta$	$\Phi_i, \Phi_c$
2.1	4.0	4	10°

**Tableau 4.4 - Paramètres non-linéaires identifiés en quasi-statiques pour le béton R30A7 humide**

## 4.2.2 Fréquence de coupure

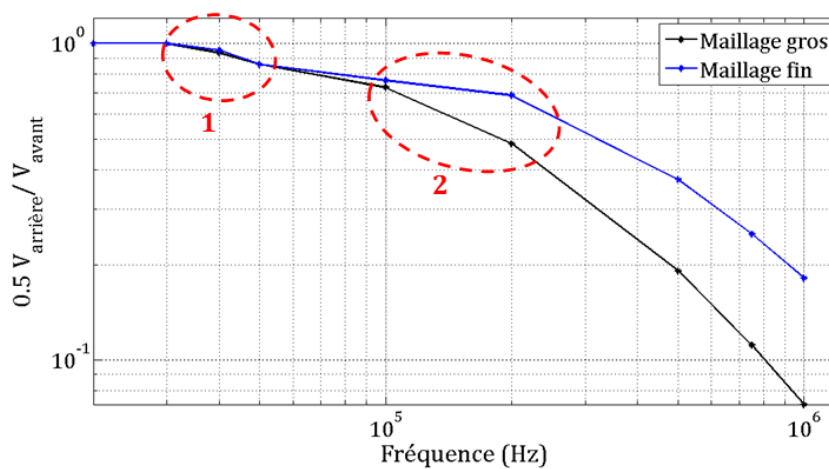
Dans le domaine des impacts dynamiques, des erreurs numériques peuvent apparaître et sont dues aux problèmes de dispersion numérique lors de la propagation d'ondes. La réponse d'un modèle numérique dépend fortement de la taille des éléments. Pour chaque maillage de taille définie, il y a une fréquence de coupure considérée comme la plus haute admissible par le maillage ou la plus grande fréquence représentée par le modèle sans provoquer des erreurs numériques trop importantes. Des études sur des maillages éléments finis ont été réalisées par plusieurs auteurs [Semblat J. F., 2005 ; Bamberger A. *et al.*, 1980 ; Ihlenburg F. et Babuška I., 1995] et ont caractérisé la dispersion numérique dans un modèle aux éléments finis en fonction de la taille des éléments. Ces travaux recommandent l'utilisation d'une taille caractéristique du maillage cinq à dix fois plus petites que la longueur d'onde  $\lambda$  afin d'avoir un signal inchangé par la discrétisation.

Dans notre cas, pour notre modèle discret, on envisage de déterminer la fréquence de coupure de chacun des deux maillages réalisés. On veut vérifier que la fréquence de coupure est suffisamment grande pour pouvoir simuler les essais de traction dynamique et mettre en jeu une large gamme de fréquences. Cela nous permet de s'assurer qu'on pourra reproduire numériquement la propagation des ondes correspondant à la gamme de fréquences caractéristique du comportement expérimental.



**Figure 4.6 - Analyse de la dispersion numérique dans le modèle ED**

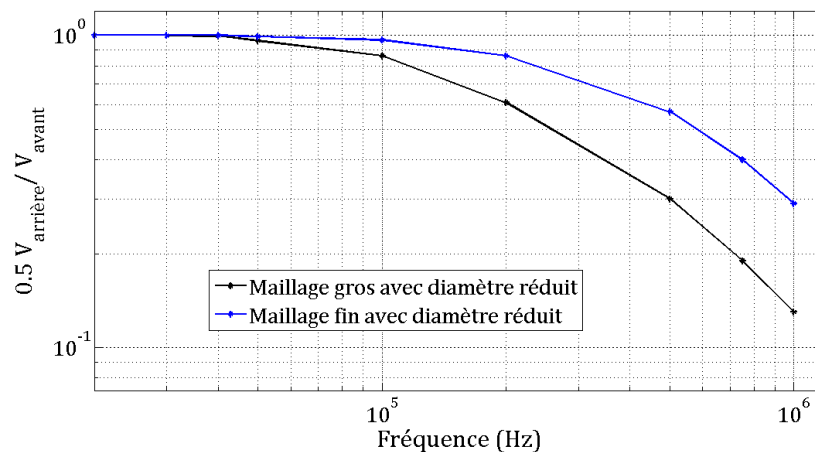
Dans cette étude, les même maillages de l'échantillon ont été utilisés. On applique un signal de vitesse comme celui décrit dans la figure 4.6 sur la face avant du maillage avec une amplitude très faible 0.01 m/s pour avoir un comportement élastique et éviter les dispersions dues à l'endommagement de l'éprouvette. L'onde va se propager dans le maillage et on va mesurer le signal de vitesse sur la face arrière dont l'amplitude doit être le double (0.02 m/s) de celui de la face avant si aucune dispersion n'existe. Le signal de vitesse appliqué est caractérisé par sa période  $T$  qu'on fait varier pour changer la fréquence du signal. On trace l'évolution du rapport des amplitudes des deux signaux, arrière et avant, en fonction de la fréquence appliquée (Figure 4.7).



**Figure 4.7 - Détermination de la fréquence de coupure numérique du modèle**

Dans la figure 4.7, on remarque que, pour chaque maillage, on a deux zones de dispersions 1 et 2. La zone 1 est commune pour les deux maillages et correspond à une fréquence de coupure de 35 KHz pour les deux maillages. En revanche, la zone 2 correspond à une fréquence de coupure beaucoup plus grande et de l'ordre de 100 KHz pour le gros maillage et de 200 KHz pour le maillage fin. La dispersion durant la propagation de l'onde peut être due à un effet numérique en relation avec la taille du maillage, mais aussi à une atténuation géométrique. En effet, il existe une dispersion radiale, même faible, dans l'échantillon de béton. Cet effet est appelé effet Pochhammer-Chree. Comme la zone 1 est commune pour les deux maillages, on a constaté qu'elle peut correspondre à une dispersion radiale. Pour vérifier, on a réalisé deux maillages, gros et fin, de même finesse que ceux réalisés au début mais avec un diamètre de 23 mm au lieu de 46 mm. On refait la même étude sur les deux nouveaux maillages de diamètre réduit et on trace

l'évolution des rapports des amplitudes des signaux en arrière et en avant de l'éprouvette (Figure 4.8). On trouve que la zone de dispersion 1 est disparue, ce qui signifie qu'elle était due à un effet Pochhammer-Chree dans le sens radial de l'éprouvette. On en déduit aussi que la fréquence de coupure caractéristique du gros maillage est environ 150 KHz et que celle du maillage fin est de l'ordre 250 KHz. Cela montre bien que la dispersion numérique est d'autant plus importante que la taille de maille est grande.



**Figure 4.8 - Détermination de la fréquence de coupure numérique du modèle après réduction du diamètre de l'éprouvette**

Une étude du spectre des fréquences de Fourier de chacune des impulsions de vitesses a été réalisée par Erzar et Forquin [2010] et a montré que les fréquences mises en jeu expérimentalement ne dépassent pas le 50 KHz. Par suite, les deux maillages, gros et fin, permettent de représenter toute la gamme de fréquence expérimentale lors de la modélisation des essais d'écaillage qu'on va présenter dans la suite. Le modèle sera validé sur le gros maillage comme on vise à réduire le coût de calcul et puis on étudiera l'influence de la finesse du maillage sur le comportement dynamique.

### 4.2.3 Résultats

Nous avons simulé quatre essais d'écaillage aux barres de Hopkinson correspondant aux quatre impulsions (Figure 4.3). On a obtenu les signaux de vitesse en face arrière de l'éprouvette et on les a comparés avec les résultats

expérimentaux (Figure 4.9). Les états d'endommagement correspondant aux essais A et C sont montrés dans les figures 4.10 et 4.11.

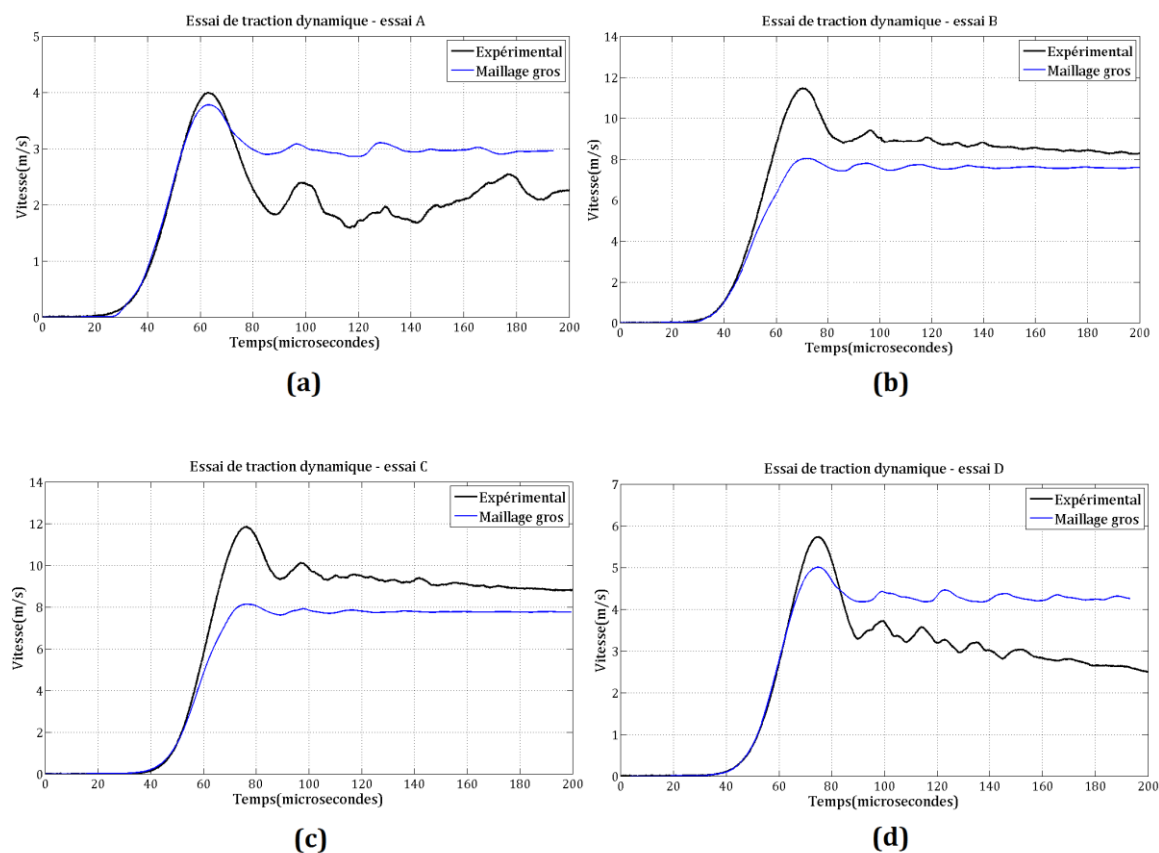


Figure 4.9 - Courbes de vitesses en face arrière au cours du temps pour les essais (a) A, (b) B, (c) C et (d) D

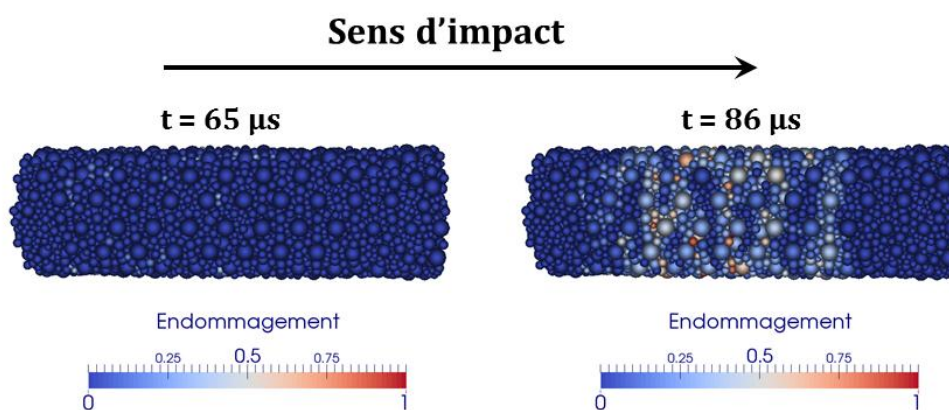


Figure 4.10 - Champ d'endommagement pour l'essai A.

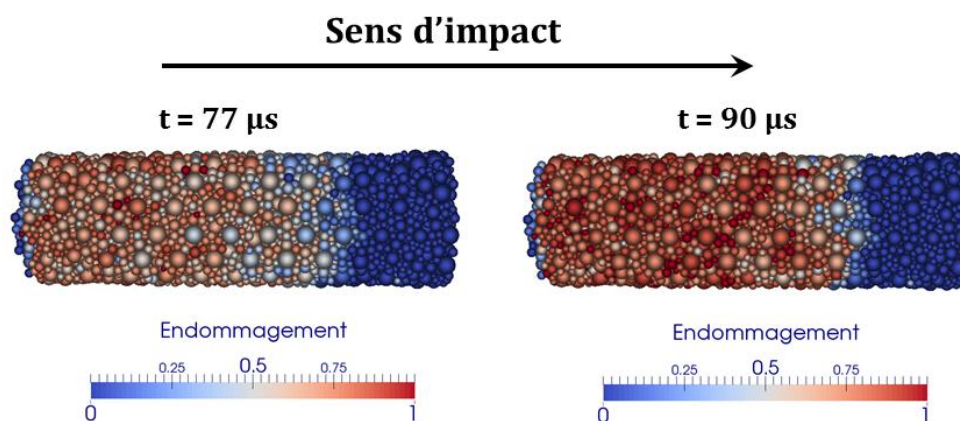


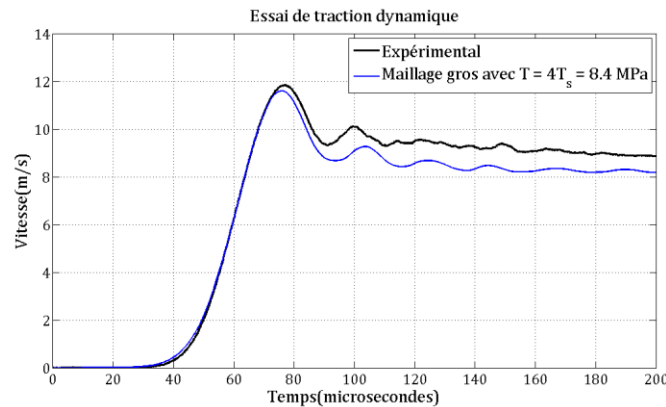
Figure 4.11 - Champ d'endommagement pour l'essai C.

La limite locale de traction  $T$  est égale à sa valeur statique 2.1 MPa inchangée. D'après la figure 4.10, on trouve que les courbes de vitesses en face arrière n'ont pas une bonne correspondance avec les courbes expérimentales. Plus le niveau de sollicitation et la vitesse de déformation sont grandes, plus les résultats numériques sont loins du comportement expérimental. Les deux essais A et C correspondent à des vitesses de déformation expérimentales respectives de  $30 \text{ s}^{-1}$  et  $115 \text{ s}^{-1}$ . Ces valeurs correspondent à deux niveaux de sollicitations dynamiques très différentes. Dans la figure 14.11, on remarque qu'au moment où la vitesse maximale de la courbe est atteinte ( $t = 65 \mu\text{s}$  pour l'essai A et  $t = 77 \mu\text{s}$  pour l'essai C), l'éprouvette est endommagée. Le niveau d'endommagement maximal dans le cas de l'essai A (0.35) est beaucoup plus faible que celui de l'essai C (1) où il y a des éléments qui sont totalement endommagés et dont toutes les interactions sont rompues. L'endommagement dans l'essai C est très diffus et étendu. Cela montre que la propagation de l'onde de compression incidente a provoqué l'endommagement de l'éprouvette qui est écrasée après atteinte de sa résistance limite en compression. Cela entraîne la dispersion de l'onde incidente avant qu'elle n'atteigne le bord libre et se réfléchisse en une onde de traction. La valeur de la vitesse maximale atteinte sur la face arrière est inférieure à celle expérimentale qui est égale au double de la valeur maximale de l'impulsion appliquée en avant.

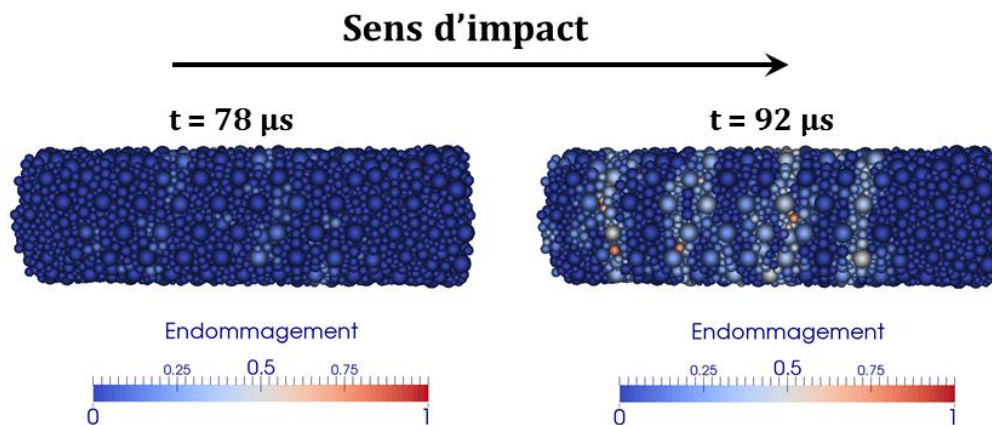
D'après ce qui précède, on conclut que la résistance du béton simulé est trop faible, ce qui entraîne la rupture des interactions très tôt. Pour le tester, on a augmenté d'un facteur quatre la limite locale de traction  $T$  identifiée en quasi-statique :  $T = 4T_s = 8.4 \text{ MPa}$ . Les figures 4.12 et 4.13 montrent respectivement la courbe de vitesse en face arrière et les champs d'endommagements dans



l'éprouvette du béton. La courbe de vitesse obtenue est très proche de celle de la courbe expérimentale et au niveau de pic de vitesse l'endommagement dû à l'onde incidente de compression est très faible ce qui permet à l'onde d'atteindre le bord libre sans être trop atténuée par l'endommagement. Au moment de la rupture ( $t = 92 \mu s$ ), cinq plans d'endommagement discrets apparaissent le long de l'éprouvette.



**Figure 4.12 - Courbe de vitesse en face arrière de l'essai C avec  $T = 4T_s = 8.4 \text{ MPa}$ .**



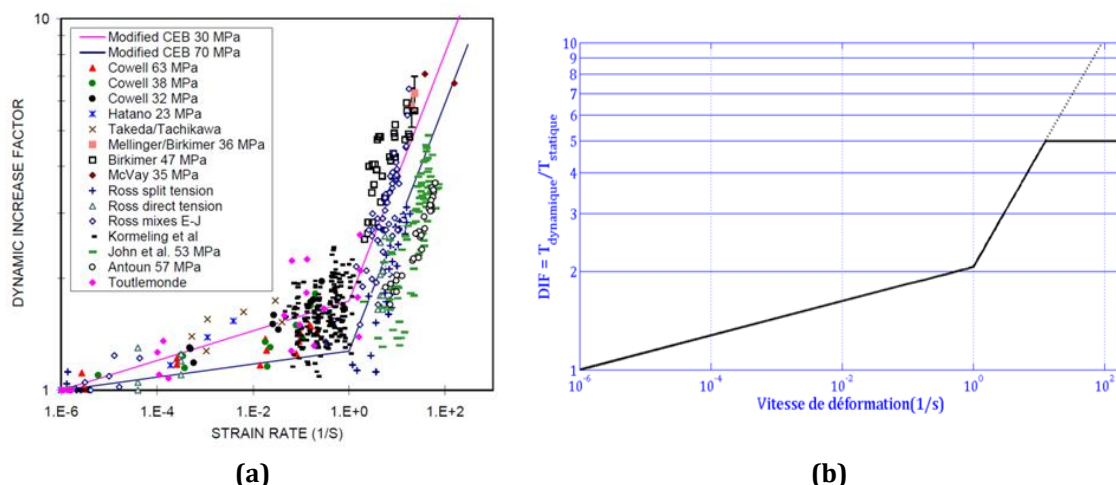
**Figure 4.13 - Champ d'endommagement pour l'essai C avec  $T = 4T_s = 8.4 \text{ MPa}$ .**

Ces résultats montrent que sans effectuer des changements dans le modèle on peut pas avoir le bon comportement en traction dynamique. L'augmentation artificielle de la limite locale de traction est suffisante pour reproduire correctement le comportement expérimental. De même, l'endommagement de l'éprouvette devient plus réaliste sous forme des plans de rupture en accord avec les observations expérimentales souvent rencontrées lors des essais d'écaillage. En revanche, le passage à des niveaux élevés du taux de déformation a montré que l'inertie n'a pas de rôle dans la reproduction de l'effet de vitesse. On a besoin

d'augmenter la résistance locale en traction afin de reproduire cet effet trouvé expérimentalement. Il semble nécessaire d'introduire une loi de dépendance de la limite locale de traction au taux de déformation dans le but de bien reproduire le comportement dynamique macroscopique du béton. Dans le paragraphe suivant, on va présenter l'introduction de l'effet de vitesse en traction au niveau de chaque interaction.

#### 4.2.4 Modélisation de l'effet de vitesse en traction

Dans le paragraphe 1.2.3.2, on a présenté la formulation proposée par la CEB pour décrire l'effet de vitesse en traction. Cette formulation est basée sur des résultats récoltés pour différents type de béton et pour des essais de traction dynamique avec différents taux de déformation (Figure 4.14a) Il faut noter que les résultats expérimentaux sont très dispersés notamment dans le domaine des taux de déformations élevés ( $> 1s^{-1}$ ). Cela est dû à plusieurs causes telles que les fautes de mesures, des méthodologies erronées, différents types de béton utilisés.....etc. De plus, peu de résultats ont montré des valeurs de DIF plus grande que 5 où le DIF (Dynamic Increase Factor) représente le rapport entre la résistance dynamique de traction et la résistance statique.



**Figure 4.14 - (a) Résultats expérimentaux sur l'effet de vitesse en traction et (b) la modification de la limite locale de traction du modèle en fonction de la vitesse de déformation de l'interaction**

La limite locale de traction au niveau de chaque lien sera changée suivant la formulation 4.1 inspirée de celle de la CEB modifiée :



$$DIF = \frac{T_{td}}{T_{ts}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_{stat} \\ (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_{stat})^{a\delta_1} & \text{si } \dot{\epsilon}_{stat} < \dot{\epsilon} \leq 1 \text{ s}^{-1} \\ \theta (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_{stat})^{\delta_2} & \text{si } \dot{\epsilon} > 1 \text{ s}^{-1} \end{cases} \quad [4.1]$$

où :

- $T_{ts}$  et  $T_{td}$  sont respectivement les limites locales de traction statique et dynamique
- $\dot{\epsilon}$  est la valeur absolue du taux de déformation de l'interaction
- $\dot{\epsilon}_{stat} = 1.10^{-6} \log(\theta) = 6\delta_1 - 2$  où  $\delta_1 = \frac{1}{28}$
- $a = 1.4667$  et  $\delta_2 = 0.35$  sont des valeurs recommandées mais à calibrer s'il y a besoin pour reproduire le comportement expérimental.

Le DIF est limité à une valeur maximale égale à 5 comme indiqué dans la figure 4.14b. En considérant deux éléments discrets a et b en interaction cohésive, de vecteurs vitesses  $\vec{V}_a$  et  $\vec{V}_b$  et de vecteurs position  $\vec{X}_a$  et  $\vec{X}_b$ , le taux de déformation discret  $\dot{\epsilon}$  est donné par la formule suivante :

$$\dot{\epsilon} = \left| \frac{(\vec{V}_b - \vec{V}_a)(\vec{X}_b - \vec{X}_a)}{\|\vec{X}_b - \vec{X}_a\|^2} \right| = \left| \frac{\vec{V}_b - \vec{V}_a}{\|\vec{X}_b - \vec{X}_a\|} \cdot \vec{n} \right| \quad [4.2]$$

Le changement de la loi de comportement non linéaire en traction consiste à augmenter ou diminuer la limite locale de traction  $T$  suivant la valeur du taux de déformation de l'interaction cohésive. La valeur de  $T$  doit être bornée entre deux valeurs limites :

- la valeur minimale qui est la valeur quasi-statique  $T_{ts}$ .
- la valeur maximale  $T_{lim}$  telle que la norme de l'effort tangentiel ne devient pas négatif (Figure 4.15) dans la critère de Mohr-Coulomb. La limite locale de traction est bornée telle que :

$$\begin{cases} T_{lim} = \frac{C_0}{\tan(\Phi_i)} \\ DIF_{lim} = \frac{T_{lim}}{T_{ts}} = \frac{C_0}{T_{ts} \tan(\Phi_i)} \end{cases} \quad [4.3]$$

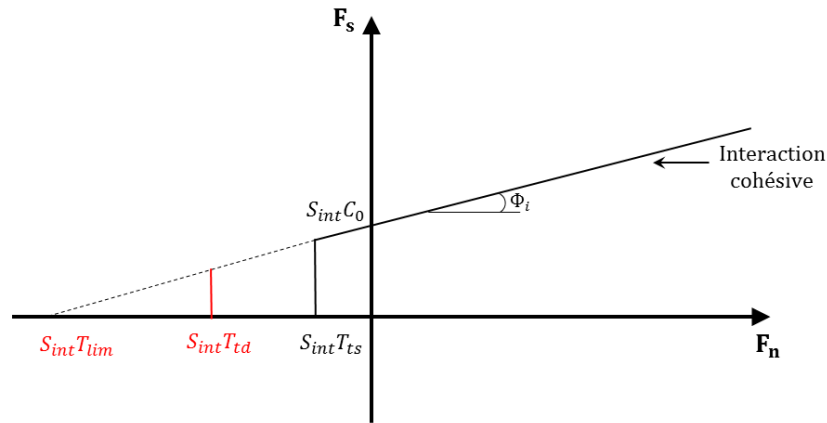


Figure 4.15 - Détermination de la borne supérieure de la limite locale de traction.

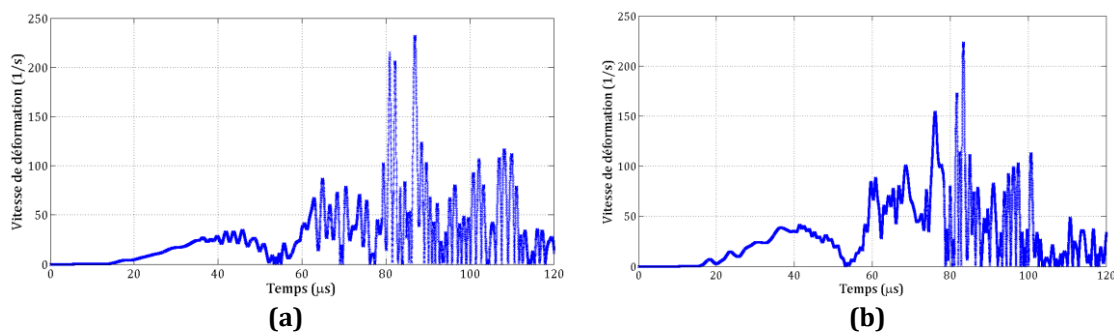
Le calcul de la valeur de  $DIF_{lim}$  pour le béton à identifier donne 10 comme valeur limite à ne pas dépasser. Or on a déjà limité la valeur maximale de DIF à 5 comme décrit précédemment dans la figure 4.14b, en se basant sur les résultats expérimentaux, alors on est évidemment sous la valeur limite de DIF. Cela est dû au faible angle de frottement interne utilisé ( $\Phi_i = 10^\circ$ ) et qui apparaît dans le dénominateur de la formule donnant  $DIF_{lim}$ .

La modification de la loi de comportement locale en traction est régie entièrement par la valeur du taux de déformation discret  $\dot{\epsilon}$ . Pour comparer l'ordre de valeur du taux de déformation maximal dans le modèle à celui trouvé expérimentalement, on a déterminé l'ordre de valeur du taux de déformation maximal qui apparaît lors du calcul. Après avoir parcouru tous les liens cohésifs à chaque pas de temps, les ordres de valeurs maximales peuvent être déterminés pour les quatre essais (Tableau 4.5).

Essai	$\dot{\epsilon}_{max}$ expérimental ( $s^{-1}$ )	$\dot{\epsilon}_{max}$ numérique ( $s^{-1}$ )
A	30	120
B	110	260
C	115	280
D	50	140

Tableau 4.5 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales expérimentales et numériques

La comparaison des ordres de valeur maximaux des taux de déformations numériques (en valeur absolue) et expérimentales montre que les premiers sont beaucoup plus grands que ceux mis en jeu expérimentalement. Pour comprendre qu'est ce qui se passe localement, on a choisi un lien cohésif proche du centre de l'échantillon pour tracer l'évolution du taux de déformation discret en valeur absolue au cours du temps pendant l'essai B (Figure 4.16a). On évite les liens proches de la périphérie où on risque d'avoir des instabilités non physiques. On trouve que l'évolution du taux de déformation de ce lien est très chahutée au cours du temps. Des phénomènes d'oscillations locales apparaissent au niveau du lien à un certain moment et d'une manière périodique avec une période qui varie. Les valeurs varient entre 0 et  $230 \text{ s}^{-1}$ , ce qui n'est pas en accord avec les valeurs expérimentales et en même temps les oscillations ne représentent pas des phénomènes physiques observés expérimentalement.



**Figure 4.16 - Evolution de la valeur absolue de la vitesse de déformation d'un lien interne au cours du temps dans (a) un gros maillage et dans (b) un maillage fin (essai B).**

Pour vérifier si ce comportement est un problème numérique ou pas, on a tracé l'évolution de la vitesse de déformation d'un lien interne du maillage fin. Les oscillations apparaissent aussi et les valeurs des vitesses de déformations sont chahutées entre 0 et  $220 \text{ s}^{-1}$  (Figure 4.16b). Donc on peut dire que ces oscillations résultent des phénomènes locaux au niveau du lien cohésif et non à des problèmes de précision numérique.

Le même comportement a été observé sur plusieurs liens, ce qui montre que le phénomène n'est pas dû à une instabilité localisée au niveau de quelques liens mais qu'il existe dans une grande proportion des liens. Cela peut causer une dispersion importante de la propagation des ondes au cours des essais. Une solution à laquelle on a pensé pour lisser l'évolution du taux de déformation au

cours du temps est le filtrage. Deux types de filtrages existent : le filtrage spatial et le filtrage temporel.

Le premier consiste à considérer les deux éléments en interactions et calculer pour chaque élément une valeur de vitesse de déformations équivalente à partir des autres interactions attribuées au même élément. Puis on calcule une valeur du taux de déformation du lien à partir de ceux des éléments. Cependant, cette méthode est très coûteuse comme on parcourt les interactions autour de chaque élément à chaque pas de temps, et de plus on ne sait pas quel critère à utiliser pour calculer une valeur du taux de déformation équivalente à partir d'interactions dont les directions sont différentes.

La deuxième méthode est plus simple à mettre en œuvre et consiste à filtrer temporellement la valeur de la vitesse de déformation. La valeur instantanée du taux de déformation n'est pas utilisable dans le cas de la propagation d'ondes car on observe d'importantes oscillations à hautes fréquences dans le cas de chocs. Dans notre modèle, on a utilisé le filtrage temporel suivant qui est déjà utilisé dans le logiciel de calcul éléments finis RADIOSS [2009]:

$$\dot{\epsilon}_{f,n} = (1 - \alpha) \dot{\epsilon}_{f,n-1} + \alpha \dot{\epsilon}_n \quad [4.3]$$

Où :

- $\dot{\epsilon}_{f,n}$  est la vitesse de déformation filtrée calculée à l'instant  $t_n$
- $\dot{\epsilon}_{f,n-1}$  est la vitesse de déformation filtrée calculée à l'instant  $t_{n-1}$
- $\dot{\epsilon}_n$  est la vitesse de déformation non filtrée calculée à l'instant  $t_n$
- $\alpha = 2\pi dt F_f$  où  $\alpha$  est le facteur de lissage compris entre 0 et 1  $F_f$  est la fréquence de filtrage avec  $dt$  le pas de temps

Lorsque  $\alpha$  vaut 1, il n'y a pas de lissage temporel de la vitesse de déformation. Dans le cas où ce coefficient est nul, la vitesse de déformation est nulle. Il n'y a pas de règle précise concernant la valeur de  $\alpha$  à prendre pour les calculs. Dans RADIOSS, il est préconisé d'utiliser des valeurs de ce coefficient autant plus petites que le maillage est fin. Cette formulation de lissage temporel permet d'obtenir une vitesse de déformation « moyenne » après plusieurs pas de temps et ainsi d'éliminer les variations trop rapides de  $\dot{\epsilon}$  qui se traduisent dans les calculs par des oscillations importantes des entités en dépendant. Les valeurs de  $F_f$  recommandées par RADIOSS sont de l'ordre de quelques dizaines de KHz. Pour

déterminer les ordres de valeurs de  $F_f$  qui assurent un bon filtrage des oscillations du taux de déformation, on a réalisé une étude de sensibilité des valeurs maximales du taux de déformation filtré en fonction de la fréquence de filtrage  $F_f$  correspondant aux essais A (tableau 4.6) et B (tableau 4.7).

$\dot{\epsilon}_{max}$ expérimental	105 s <sup>-1</sup>	
$\dot{\epsilon}_{max}$ Sans filtrage	350 s <sup>-1</sup>	
$F_f$ (KHz)	$\dot{\epsilon}_{max}$ (gros maillage)	$\dot{\epsilon}_{max}$ (maillage fin)
10	61 s <sup>-1</sup>	97 s <sup>-1</sup>
20	98 s <sup>-1</sup>	112 s <sup>-1</sup>
50	105 s <sup>-1</sup>	200 s <sup>-1</sup>
100	130 s <sup>-1</sup>	250 s <sup>-1</sup>
200	154 s <sup>-1</sup>	300 s <sup>-1</sup>

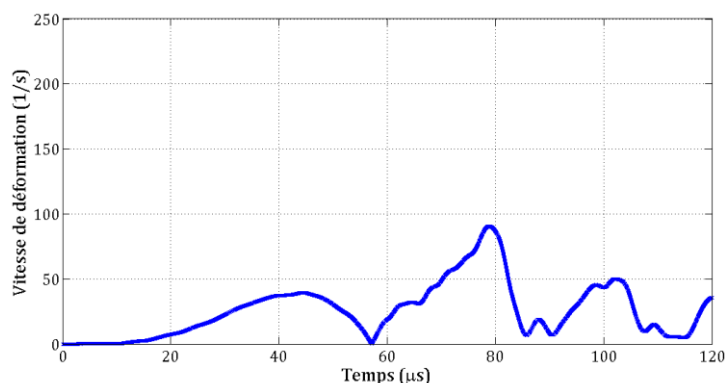
**Tableau 4.6 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales numériques en fonction de la fréquence de filtrage (Essai A)**

$\dot{\epsilon}_{max}$ expérimental	30 s <sup>-1</sup>	
$\dot{\epsilon}_{max}$ Sans filtrage	330 s <sup>-1</sup>	
$F_f$ (KHz)	$\dot{\epsilon}_{max}$ (gros maillage)	$\dot{\epsilon}_{max}$ (maillage fin)
10	24 s <sup>-1</sup>	28 s <sup>-1</sup>
20	29 s <sup>-1</sup>	33 s <sup>-1</sup>
50	34 s <sup>-1</sup>	43 s <sup>-1</sup>
100	36 s <sup>-1</sup>	70 s <sup>-1</sup>
200	86 s <sup>-1</sup>	92 s <sup>-1</sup>

**Tableau 4.7 - Ordres de valeur des taux de déformation maximales numériques en fonction de la fréquence de filtrage (Essai B)**

On remarque, comme cela était prévisible, que pour les deux maillages, gros et fin, que plus  $F_f$  est grand moins le lissage a d'effets et que l'on s'éloigne du taux de déformation maximal obtenu expérimentalement. Pour le gros maillage, l'ordre de grandeur de  $F_f$  qui permet de reproduire le comportement expérimental de  $\dot{\epsilon}$  est dans l'intervalle [20 KHz ; 50 KHz], et pour le maillage fin dans celui [10 KHz ; 20 KHz]. Cela confirme que le coefficient  $\alpha$  doit être d'autant plus petit que le maillage est fin comme  $\alpha$  est proportionnel à  $F_f$ . On a fixé la valeur de  $F_f$  à 20 KHz, et on a tracé l'évolution du taux de déformation du même lien déjà étudié dans la

figure 4.16b en tenant compte du filtrage temporel lors de la simulation de l'essai B (Figure 4.17). En comparant la figure 4.17 avec la figure 4.16b, on trouve que la vitesse de déformation est bien lissée tout en gardant la forme globale de son évolution. Les oscillations sont éliminées et les ordres de valeur de  $\dot{\epsilon}$  deviennent comparables à ceux trouvés expérimentalement.



**Figure 4.17 - Evolution de la vitesse de déformation filtrée d'un lien interne au cours du temps dans un maillage fin (essai B).**

On a refait les calculs numériques correspondant aux quatre essais tout en tenant compte du lissage temporel. Ainsi dans la figure 4.18, on montre les courbes des vitesses en face arrière au cours du temps pour les quatre essais obtenus avec les deux maillages de finesses différentes. On trouve que les courbes numériques sont en très bon accord avec les courbes expérimentales. De même, les courbes sont très semblables en passant d'un gros maillage (6000 ED environ) à un maillage très fin (60000 ED environ). Cela signifie que le modèle est capable de reproduire le comportement expérimental pour différentes finesses de maillage.

Dans le cas de l'essai A (Figure 4.18), le pic de vitesse expérimental est bien reproduit par le modèle. La vitesse au moment de la rupture (1.4 m/s pour le maillage fin et 1.5 m/s pour le gros maillage) est inférieure à la valeur expérimentale (1.85 m/s). L'erreur relative de reproduction est de l'ordre de 20%. D'ailleurs, il faut noter que pendant les essais au laboratoire, des erreurs d'expérimentation pouvaient exister comme le décollement du réflecteur de la surface du béton (Figure 1.37). Le profil de vitesse expérimental sur la face arrière après la rupture est ascendant et oscillant. Cela est dû au fait qu'il n'y a pas un plan de rupture complet qui est créé et qui a séparé l'échantillon en deux pièces et par suite les ondes continuaient à faire des allers et des retours dedans.

Dans les essais B, C et D, les erreurs relatives de reproduction de la vitesse à la rupture sont respectivement 4.4% ; 6.2% et 8.8% (Figures 4.19, 4.20 et 4.21). Après la rupture, le profil de vitesse est constant, ce qui signifie que des plans de rupture entiers sont créés et ont séparé l'échantillon en deux pièces.

Par ailleurs, on peut comparer les états d'endommagement avec ceux obtenus expérimentalement. La position des plans de rupture n'est pas un critère très fiable pour valider le modèle comme on l'a déjà cité, mais c'est bien de voir si on obtient un état d'endommagement comparable avec les observations expérimentales. On va prendre le cas de l'essai B dont on tracé le champ d'endommagement dans l'éprouvette à  $t = 1.3$  ms (Figure 4.22). La densité de fissuration dans le maillage fin (Figure 4.22b) est plus grande que celle figurée dans le cas du gros maillage (Figure 4.22a). Cela signifie que l'énergie dissipée dans le maillage fin est plus grande que celle dissipée dans le gros maillage.

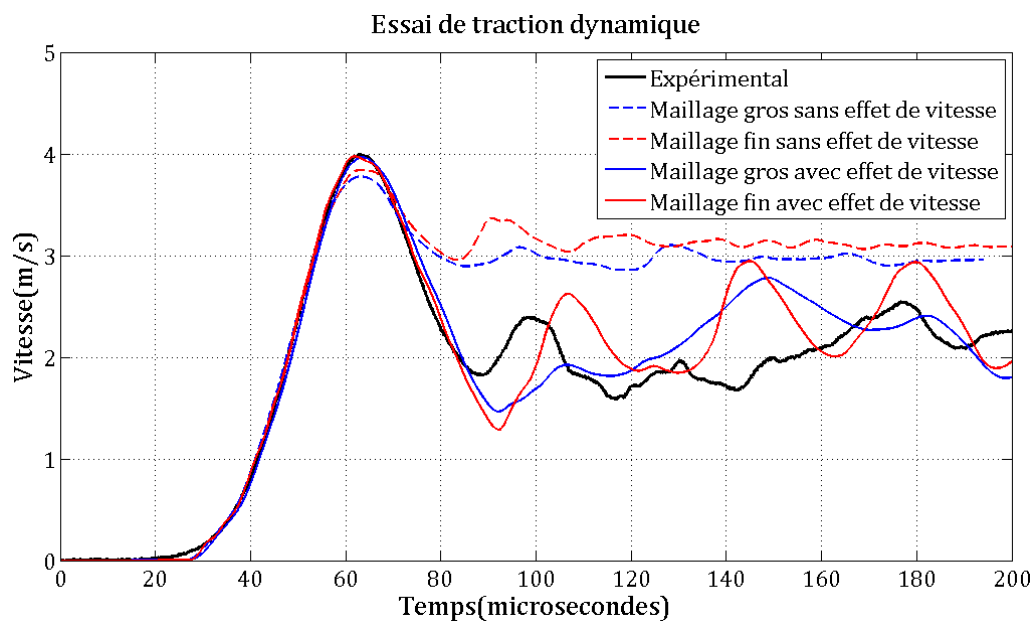


Figure 4.18 - Essai A : courbe de vitesse en face arrière

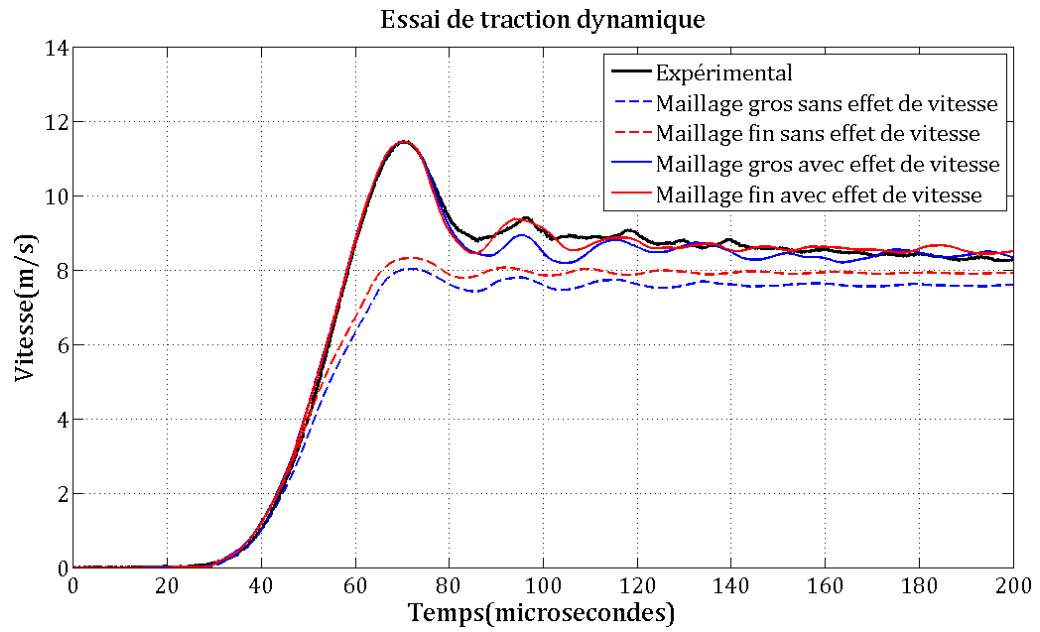


Figure 4.19 - Essai B : courbe de vitesse en face arrière

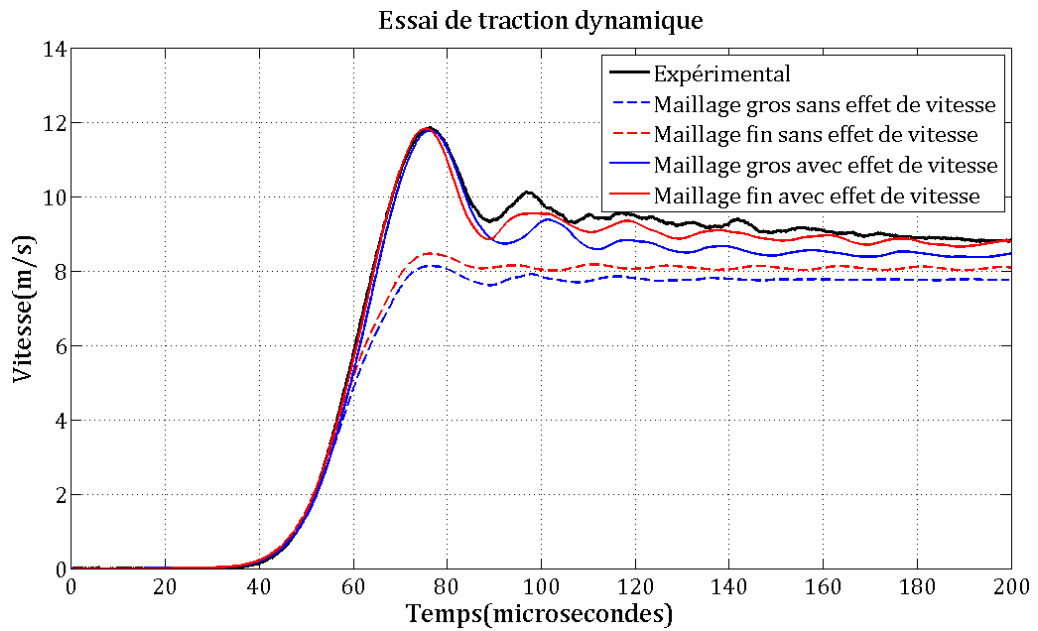


Figure 4.20 - Essai C : courbe de vitesse en face arrière



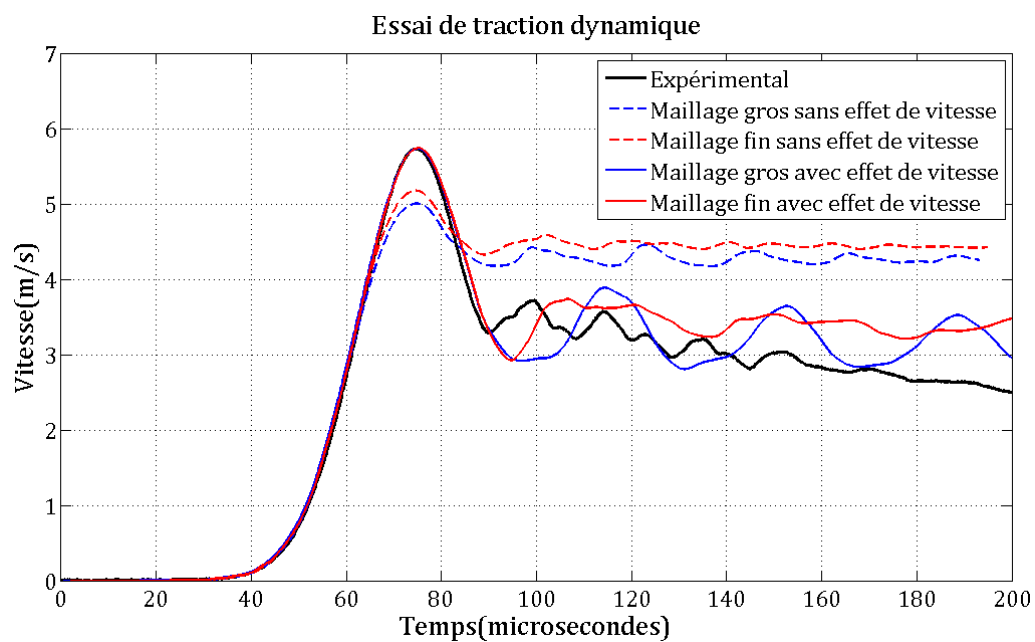


Figure 4.21 - Essai D : courbe de vitesse en face arrière

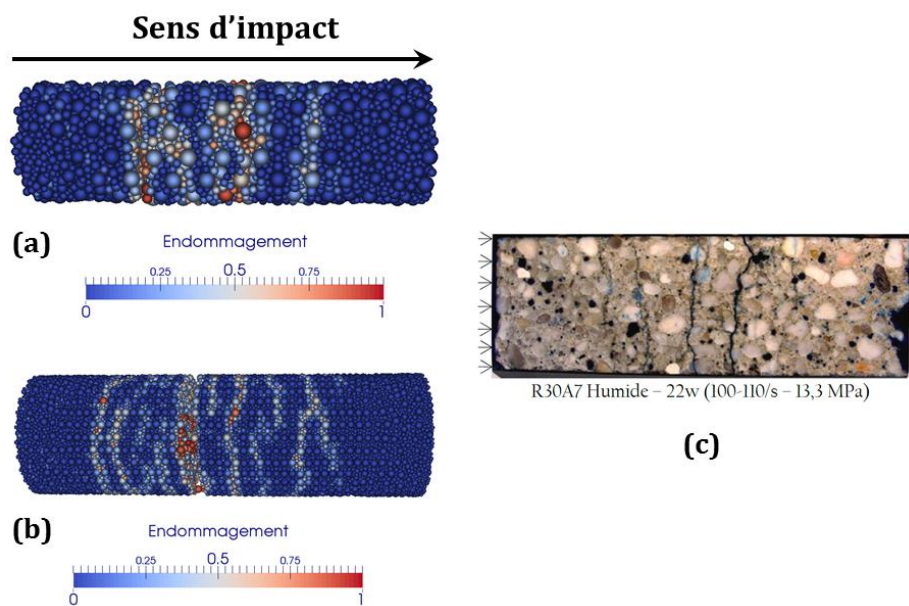
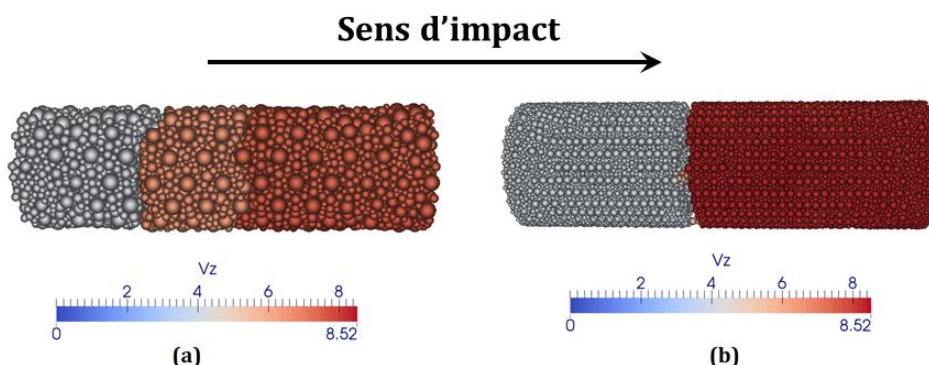


Figure 4.22 - Essai B : Comparaison des états d'endommagement dans le (a) gros maillage, (b) le maillage fin et (c) l'éprouvette réelle à  $t = 1.3$  ms.



**Figure 4.23 - Essai B : Champ des vitesses axiales dans l'échantillon à  $t = 1.3$  ms du (a) gros maillage et du (b) maillage fin.**

Dans les cas des deux maillages, gros et fins, des microfissures sont créées et ouvertes dans la zone sollicitée en traction dynamique notamment au milieu de l'éprouvette. Ces microfissures se propagent et coalescent pour créer des plans de rupture comme indiqué dans les figures 4.22a et 4.22b où on trouve un plan d'écaillage qui sépare l'éprouvette en deux morceaux durant l'essai B. La même observation est remarquée dans les essais C et D, tandis que pour l'essai A on ne trouve pas un plan de rupture complet. Dans les quatre essais, d'autres grandes fissures apparaissent mais ne séparent pas l'échantillon en deux. Cela est en accord avec l'endommagement expérimental (Figure 4.22c) où un plan d'écaillage apparaît mais où il existe aussi d'autres grandes fissures n'entraînant pas un plan complet de rupture dans la zone sollicitée en traction. Notons que les éprouvettes utilisées dans les essais expérimentaux ont été infiltrées en post mortem avec une résine hyperfluide puis découpées le long d'une génératrice afin d'étudier leur faciès de rupture. Le champ des vitesses axiales dans l'éprouvette montre la position du plan d'écaillage apparu qui la sépare en deux grands morceaux (Figure 4.23).

### 4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a montré que la reproduction du comportement du béton en traction dynamique est assurée d'une manière adéquate avec notre modèle éléments discrets tridimensionnel. Dans le cas de compression dynamique, l'inertie structurelle permet de reproduire l'effet vitesse macroscopique [Hentz, 2003]. Au contraire, dans le cas de traction dynamique il est nécessaire de changer

la loi de comportement locale au niveau des liens cohésifs pour reproduire l'effet de vitesse : c'est purement un effet matériau qui régit le comportement macroscopique. En effet, le modèle discret inchangé reste incapable de bien représenter le comportement dynamique expérimental du béton en traction. L'augmentation de la limite locale de traction des liens cohésifs assure un bon comportement mais évidemment n'est pas une bonne solution.

Ensuite, on a introduit une formulation locale qui permet d'augmenter la limite locale de traction en fonction du taux de déformation discret du lien. Cette augmentation a deux limites qu'on ne peut pas dépasser: la valeur de DIF est limitée à 5 en se basant sur les observations expérimentales qui montrent peu de résultats dépassant cette valeur et une valeur de DIF limite imposée par le critère de Mohr-Coulomb pour que la force tangentielle ne change pas de signe. Ensuite, on a remarqué des oscillations à hautes fréquences au niveau des liens dans l'évolution du taux de déformation discret. Un lissage temporel a été utilisé pour filtrer ces oscillations et avoir des ordres de grandeurs des taux de déformation comparables à ceux mesurés expérimentalement. Les simulations de quatre essais sur une gamme de vitesses de déformation allant de  $30 \text{ s}^{-1}$  à  $115 \text{ s}^{-1}$  montrent des résultats identiques au comportement expérimental à la fois en terme de profil de vitesse sur le bord libre ou en terme de champs d'endommagement.





---

## Conclusions et Perspectives

---

### Conclusions

L'objectif du travail présenté dans ce manuscrit était de développer un modèle numérique aux éléments discrets capable de simuler l'impact des structures en béton armé. Le modèle est capable de simuler le comportement du béton pour différents types de chargement, aussi bien en quasi-statique qu'en dynamique.

L'étude bibliographique nous a permis de constater les principaux phénomènes physiques mis en jeu lors d'un impact sur une structure en béton armé (pénétration, perforation, écaillage, allers-retours d'onde dans la structure, etc.). La fracturation n'apparaît que localement dans la zone d'impact. Une méthode de couplage ED/EF est alors performante et nécessaire dans ce cas afin de modéliser la structure entière tout en gardant un bon compromis précision/coût de calcul. La zone d'impact sera modélisée en ED et le reste de la structure en EF.

Il est nécessaire de simuler numériquement d'une manière fiable le comportement dynamique du béton dans la zone d'impact, et de pouvoir reproduire tous les phénomènes d'endommagement observés dans la structure réelle. La validation du modèle numérique n'est pas faisable à l'échelle structurelle.

Les paramètres du modèle sont calibrés en simulant des essais de laboratoire à l'échelle macroscopique, et la validité de l'approche numérique est alors vérifiée.

### **Amélioration significative de la loi de comportement du béton**

La méthode aux éléments discrets utilisée dans notre étude est issue principalement du travail de [Hentz, 2003] repris et amélioré par [Rousseau, 2009].

Une procédure d'identification des paramètres locaux a été proposée dans ces études afin de reproduire le comportement macroscopique du béton. Cependant, dans notre étude diffère de celle de Rousseau [2009] par la procédure d'empilement des éléments lors de la création de l'assemblage. En effet, plusieurs changements sur l'algorithme de Jerier [2009] ont été réalisés en ce qui concerne le rapport  $R_{\max}/R_{\min}$ , l'algorithme de densification géométrique et le traitement des bords. Ces changements entraînent une variation dans la répartition des tailles des éléments dans l'assemblage où le nombre de sphères de petites tailles augmente d'une façon assez importante. Ce changement a une influence sur le comportement macroscopique du béton, et par la suite il est nécessaire de réidentifier les paramètres locaux du modèle.

D'une part, les paramètres locaux régissant le comportement élastique ont été identifiés par des essais de compression uniaxiale sur une éprouvette en béton. Comme la procédure d'identification demande trop de calculs, le maillage est alors choisi en gardant un compromis entre le coût de calcul et la précision voulue. La reproductibilité a été vérifiée également pour différentes finesses et géométries du maillage.

D'autre part, le comportement non linéaire du modèle a été exploré et une fragilité trop grande en compression simple a été observée. Nous avons proposé deux solutions : l'augmentation de la coordinance et l'introduction d'une rigidité de roulement. La première présente l'inconvénient d'augmenter le coût de calcul, ce qui présente une limitation pour la modélisation à l'échelle structurelle. La deuxième, qui a finalement été adoptée pour notre modèle, consiste à appliquer une loi de transfert de moment (LTM) entre les éléments pour limiter le roulement. En effet, le roulement des éléments sphériques sous des efforts de cisaillement peut entraîner une propagation rapide de l'endommagement et par suite aboutir à une rupture macroscopique fragile. Cette loi fait intervenir deux

nouveaux paramètres: une rigidité de roulement et une limite plastique du roulement. Nous avons réalisé une étude de sensibilité sur ces deux paramètres et nous avons fixé un jeu de valeurs dans le modèle pour n'importe quel type de béton.

Ensuite le modèle est validé en reproduisant le comportement en compression et traction uniaxiales pour trois types de béton différents. Pour chaque type, on identifie le jeu de paramètres non-linéaires afin de reproduire les courbes contrainte-déformation. La LTM assure une très bonne ductilité en compression simple et permet de reproduire des rapports élevés de la résistance en compression simple sur la résistance en traction simple.

### **Validation du modèle en traction dynamique**

Ces essais ont été modélisés par Hentz [2003] et le modèle ED a montré son aptitude à reproduire l'effet de vitesse observé expérimentalement. Les critères de validation du modèle étaient la position des plans de rupture et les contraintes à la rupture. Cependant, ces critères ne peuvent pas être considérés comme des critères très fiables pour juger le bon fonctionnement du modèle en traction dynamique. En effet, la position du plan de rupture est très aléatoire et dépend fortement de la microstructure du béton utilisée et la présence des fissures et des défauts préexistants. Nous avons choisi de valider le modèle en reproduisant la courbe de vitesse sur la face libre de l'échantillon. Le mécanisme des allers-retours d'ondes dans l'échantillon et l'apparition de la rupture en traction est traduit par cette courbe. Donc il est considéré comme un critère très fiable pour juger notre modèle.

Ensuite, nous avons simulé quatre essais de traction dynamique aux barres de Hopkinson pour des vitesses de déformation variant de  $30 \text{ s}^{-1}$  à  $115 \text{ s}^{-1}$ . Le modèle inchangé est incapable de bien représenter le comportement dynamique expérimental du béton. Alors, on a introduit une loi de dépendance, inspirée de la formulation de la CEB [1990], entre la limite locale de traction et la vitesse de déformation au niveau de l'interaction entre deux éléments discrets. Un lissage temporel est nécessaire pour filtrer les oscillations à hautes fréquences qui apparaissent dans l'évolution du taux de déformation de chaque lien. Les résultats expérimentaux et numériques montrent un très bon accord. Par suite, l'effet de



vitesse en traction est alors un effet matériau dû à des effets visqueux dans la réalité (effet Stefan).

## Perspectives

### Introduction d'un modèle de compaction du béton

Sous des sollicitations extrêmes, le phénomène de compaction est mis en évidence suite à l'apparition de forts confinements au sein du béton. Plus le confinement est élevé, plus la résistance du béton devient importante. C'est le durcissement dû l'effondrement de la porosité dans la matrice cimentaire. Ce cas est rencontré dans le cas d'impact dur sur une structure cible ayant une épaisseur importante [Shiu, 2008]. Une presse GIGA existe dans le laboratoire 3SR et permet d'explorer le comportement du béton sous des chargements extrêmes et pour de forts niveaux de confinement [Gabet, 2006 ; Vu, 2007].

Il faudrait calibrer les paramètres du modèle en simulant des essais triaxiaux à des hauts niveaux de confinement. Le modèle devrait reproduire correctement le comportement expérimental obtenu avec la presse GIGA. Une fois le modèle calibré, il serait nécessaire de simuler des essais d'impact d'un projectile rigide sur des dalles épaisses. La comparaison de l'évolution de plusieurs grandeurs au cours du temps (profondeur de pénétration, vitesse et accélération du projectile) permet de valider le bon fonctionnement du modèle.

### Simulation d'impacts d'avion

La simulation d'impact d'avion sur une enceinte de confinement nucléaire est visée et envisageable par notre modèle aux éléments discrets. Notre travail a validé le modèle élément discret proposé dans la représentation du comportement dynamique du béton. Une deuxième thèse accomplie à EDF, en parallèle à notre travail, par Masurel [2015] traite le développement et la validation d'un modèle d'interface acier-béton dans le code EUROPLEXUS. Suite à ces développements, le modèle est capable de simuler un problème d'impact sur une structure en béton armé. Le couplage ED/EF développé par Rousseau [2009] rend le calcul structurel possible avec un coût de calcul raisonnable.

L'étude traitait le comportement de la structure cible en béton armé. Tandis que le projectile est substitué par la force de Riera. Il serait très intéressant de modéliser la géométrie du projectile. Le modèle éléments finis du projectile devrait permettre la modélisation de son écrasement dans le cas où il est déformable. Une méthode de recherche de contact entre les éléments finis et les éléments discrets est déjà implémentée dans Europlexus pour pouvoir appliquer le chargement à la structure.



---

## Bibliographie

---

- ADELI, H., & AMIN, A. M. (1985). Local effects of impactors on concrete structures. *Nuclear Engineering and design*, 88(3), 301-317.
- AI, J., CHEN, J. F., ROTTER, J. M., & OOI, J. Y. (2011). Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. *Powder Technology*, 206(3), 269-282.
- ALLEN, M. P., & TILDESLEY, D. J. (1989). Computer simulation of liquids. 1987. *New York: Oxford*, 385.
- AL-SULAYFANI, B. (1986). Contribution à l'étude du comportement des ossatures en béton armé sous sollicitations cycliques par analyse non-linéaire globale. *Thèse de Doctorat, Université de Nantes*.
- ANTONIOU, A. (2014). Contribution to the experimental analysis and numerical modeling of spalling technique into concrete specimens under dynamic tension. *Master 2, Université Joseph Fourier*.
- AZÉMA, E. (2007). Étude numérique des matériaux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire, application au procédé de bourrage du ballast. *Thèse de doctorat, Université Montpellier 2*.
- BAILLY, P. (2004). Comportement Dynamique des bétons et génie parasismique. *Hermès-Lavoisier*.
- BAILLY, P. (1994). Une modélisation d'un matériau fragile avec prise en compte d'effets dynamiques. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série II, Mécanique, physique, chimie, astronomie*, 318(6), 727-732.
- BAMBERGER, A., CHAVENT, G., & LAILLY, P. (1980). Étude de schémas numériques de l'élastodynamique linéaire. *Rapport de Recherche INRIA*, **41**, 1980.
- BANGASH, M. (1993). Impact and explosion. Analysis and design. *Blackwell Scientific Publications*.
- BERRIAUD, C., SOKOLOVSKY, A., GUERAUD, R., DULAC, J. et LABROT, R. (1978). Local behaviour of reinforced concrete walls under missile impact. *Nuclear Engineering and Design*, 45(2):457-469.
- BISCHOFF P.H., PERRY S.H. (1991) Compressive behaviour of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, 24 : 425-450.

- BRARA, A., & KLEPACZKO, J. R. (2006). Experimental characterization of concrete in dynamic tension. *Mechanics of materials*, 38(3), 253-267.
- BRARA, A. (1999). Etude expérimentale de la traction dynamique du béton par écaillage. Thèse de doctorat, Université de Metz.
- BROSSARD, J., (1997). Mécanique générale - Dynamique : théorie classique du choc, s.l.: *Techniques de l'ingénieur*, Dossier A1668.
- BURLION, N., GATUINGT, F., DAUDEVILLE, L., PIJAUDIER-CABOT, G. (1998) Modelling of materials with voids: a mixed damage and plasticity approach for compaction and tension problems. *EURO-C Conference on Computational Modelling of Concrete Structures*. Vol 1. Pages 209-218.
- BURLION, N. (1997). Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale. *Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan*.
- CADONI, E., ALBERTINI, C., & SOLOMOS, G. (2006). Analysis of the concrete behaviour in tension at high strain-rate by a modified Hopkinson bar in support of impact resistant structural design. In *Journal de Physique IV (Proceedings)* (Vol. 134, pp. 647-652). EDP sciences.
- CADONI, E., LABIBES, K., ALBERTINI, C., BERRA, M., & GIANGRASSO, M. (2001). Strain-rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels. *Materials and structures*, 34(1), 21-26.
- CALVETTI, F., VIGGIANI, G. & TAMAGNINI, C. (2003). A numerical investigation of the incremental non-linearity of granular soils. *Italian geotechnical journal*.
- CAMBORDE, F. (1999). Modélisation du comportement dyanmique du Béton - Application aux problèmes d'impacts et d'explosions. *Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes*.
- CAMBOU, B., DUBUJET, P., EMERIAULT, F., & SIDOROFF, F. (1995). Homogenization for granular materials. *European journal of mechanics. A. Solids*, 14(2), 255-276.
- CEB(1988). CEB Bulletin d'Information n. 190. *CEB-FIP Comité Euro-International du Beton, Paris, France*.
- COURANT, R., FRIEDRICHS, K. O. et LEWY, H. (1928). Uber die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, 100(1):32-74.
- CUNDALL, P. et STRACK, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1):47-65.
- CUSATIS, G., PELESSONE, D., & MENCARELLI, A. (2011a). Lattice Discrete Particle Model (LDPM) for failure behavior of concrete. I: Theory. *Cement and Concrete Composites*, 33(9), 881-890.
- CUSATIS, G., MENCARELLI, A., PELESSONE, D., & BAYLOT, J. (2011b). Lattice discrete particle model (LDPM) for failure behavior of concrete. II: Calibration and validation. *Cement and Concrete composites*, 33(9), 891-905.
- DAUX, C., MOËS, N., DOLBOW, J., SUKUMAR, N. et BELYTSCHKO, T. (2000). Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48:1741-1760.
- DONZÉ, F. V. (2002). Packing spherical discrete elements of unequal size. In *The 15th Engineering Mechanics Division Conference*.
- DONZÉ, F.-V., MAGNIER, S.-A., MONTANI, S., DESCOEUDRES, F. (2001). Numerical study of rock block impacts on soil-covered sheds by a discrete element method. *ISRN GEONUM*, 2001.
- DONZE, F. V., MAGNIER, S. A., DAUDEVILLE, L., MARIOTTI, C., & DAVENNE, L. (1999). Numerical study of compressive behavior of concrete at high strain rates. *Journal of engineering mechanics*, 125(10), 1154-1163.
- DONZÉ, F. V. et MAGNIER, S.-A. (1997). Spherical discrete element code, discrete element project report no. 2. *Rapport technique, GEOTOP, Université du Québec à Montréal*.
- DONZÉ, F., MAURA, P. et MAGNIER, S. (1994). Numerical simulation of faults and shear zones. *Géophysical Journal International*, 116(1):42-52.
- EIBL, J. (1987). Soft and hard impact. In *Concrete for Hazard Protection* (pp. 175-186). Concrete Society Edinburgh.
- ERZAR, B. (2010). Ecaillage, cratérisation et comportement en traction dynamique de bétons sous impact: approches expérimentales et modélisation. *Thèse de doctorat, Université*

Paul\_Verlaine, Metz.

ERZAR, B., & FORQUIN, P. (2010). An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain. *Experimental Mechanics*, 50(7), 941-955.

ERZAR, B., FORQUIN, P. (2009). An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain. *Exp. Mech.*, 50 (7) : 941 – 955.

FORQUIN, P., GARY, G., & GATUINGT, F. (2008). A testing technique for concrete under confinement at high rates of strain. *International Journal of Impact Engineering*, 35(6), 425-446.

FRANGIN, E. (2008). Adaptation de la méthode des éléments discrets à l'échelle de l'ouvrage en béton armé - Une approche couplée éléments discrets/éléments finis. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.

FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2007). Approche couplée éléments discrets/finis pour la simulation d'un impact sur ouvrage. étude des différentes stratégies de couplage. *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 16(8):989-1009.

FRIES, T. P., & MATTHIES, H. G. (2003). Classification and overview of meshfree methods. *Department of Mathematics and Computer Science, Technical University of Braunschweig*.

GABET, T. (2006). Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes : Influence du trajet de chargement. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.

Gary, G., Klepaczko, J.R. (1992), Résumé des résultats expérimentaux sur mini-béton, GRECO Géomatériaux, *Rapport scientifique, groupe 1, projet 1.3. Dynamique des bétons et des roches*. 105-118.

GOLAPARTNAM, V. S., SHAH S. P., JOHN R. [1984]. A modified instrumented Charpy test for cement based composites. *Experimental mechanics*, 55-59.

GOLDSMITH W., POLIVKA M., YANG T. (1966) Dynamic behaviour of concrete. *Exp. Mech.*, 6 : 62-79.

GONG J.C., MALVERN L.E., JENKINS D.A. (1990) Dispersion investigation in the split Hopkinson pressure bar. *J. Eng. Mater. Tech.*, 112 : 309 – 314.

GUERAUD, R., SOKOLOVSKY, A., KAVYRCHINE, M. et ASTRUC, M. (1977). Study of the perforation of reinforced concrete slabs by rigid missiles - experimental study part 1. *Nuclear Engineering and Design*, 41(1):91-102.

HENTZ, S., DONZE, F. V., & DAUDEVILLE, L. (2005). Discrete elements modeling of a reinforced concrete structure submitted to a rock impact. *Italian Geotechnical Journal*, 39(4), 83-94.

HENTZ, S., DONZE, F. V., & DAUDEVILLE, L. (2004). Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers & structures*, 82(29), 2509-2524.

HENTZ, S. (2003). Modélisation d'une Structure en Béton Armé Soumise à un Choc par la méthode des Éléments Discrets. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.

HILLERBORG, A. (1985). The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete. *Materials and structures*, 18(4), 291-296.

HOPKINSON, B. (1914). A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 437-456.

HUANG, H. (1999). Discrete element modeling of tool-rock interaction. *Thèse de doctorat, University of Minnesota*.

IHLENBURG, F., & BABUŠKA, I. (1995). Dispersion analysis and error estimation of Galerkin finite element methods for the Helmholtz equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(22), 3745-3774.

IWASHITA, K. et ODA, M. (1998). Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM. *J. Engineering Mechanics*, 124(3):285-292.

JAMET, P., MILLARD, A., & NAHAS, G. (1984). *Triaxial behaviour of a micro-concrete complete stress-strain curves for confining pressures ranging from 0 to 100 MPa*. CEA Centre d'Etudes Nucleaires de Saclay, 91-Gif-sur-Yvette (France).

JANACH, W. (1976). The role of bulking in brittle failure of rocks under rapid compression. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* (Vol. 13, No. 6, pp. 177-186). Pergamon.

- JASON, L., HUERTA, A., PIJAUDIER-CABOT, G., & GHAVAMIAN, S. (2006). An elastic plastic damage formulation for concrete: Application to elementary tests and comparison with an isotropic damage model. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(52), 7077-7092.
- JERIER, J. F., RICHEFEU, V., IMBAULT, D., & DONZE, F. V. (2010). Packing spherical discrete elements for large scale simulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(25), 1668-1676.
- JERIER, J.-F. (2009). Modélisation de la compression haute densité des poudres métalliques ductiles par la méthode des éléments discrets. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.
- JERIER, J.-F., IMBAULT, D., DONZE, F.-V. et DOREMUS, P. (2009). A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11(1):43-52.
- JODREY, W. et TORY, E. (1985). Computer simulation of close random packing of equal spheres. *Physical review A*, 32(4):2347-2351.
- JONAS, W., RÜDIGER, E., GRIES, M., RIECH, H. et RÜTZEL, H. (1982). Kinetische grenztragfähigkeit von stahlbetonplatten. Rapport technique RS 162, Hochtief AG.
- JONAS, W., MESCHKAT, R., RIECH, H. et RÜDIGER, E. (1979). Experimental investigations to determine the kinetic ultimate bearing capacity of reinforced concrete slabs subject to deformable missiles j8/5. In *5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Berlin, Germany.
- JULLIEN, R., & MEAKIN, P. (2000). Computer simulations of steepest descent ballistic deposition. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 165(1), 405-422.
- KENNEDY, R. P. (1976). A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects. *Nuclear Engineering and Design*, 37(2), 183-203.
- KLEPACZKO, J. R., & BRARA, A. (2001). An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. *International journal of impact engineering*, 25(4), 387-409.
- KOECHLIN, P., & POTAPOV, S. (2009). Classification of soft and hard impacts—Application to aircraft crash. *Nuclear Engineering and Design*, 239(4), 613-618.
- KOECHLIN, P. (2007). Modèle de comportement membrane-flexion et critère de perforation pour l'analyse de structures minces en béton armé sous choc mou. *Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI*.
- KOJIMA, I. (1991). An experimental study on local behavior of reinforced concrete slabs to missile impact. *Nuclear Engineering and Design*, 130(2):121-132.
- KOLSKI, H. (1953). Stress Waves in solids. *Clarendon Press, Oxford*.
- LANDON, J. W., & QUINNEY, H. (1923). Experiments with the Hopkinson pressure bar. In *Proc. R. Soc. Lond. A* (Vol. 103, pp. 622-643).
- LEPPANEN, J. (2006). Concrete subjected to projectile and fragment impact: Modelling of crack softening and strain rate dependency in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 32:1828-1841.
- LEROUX, A. (2012). Modèle multiaxial d'endommagement anisotrope: Gestion numérique de la rupture et application à la ruine de structures en béton armé sous impacts. *Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan*.
- LI, Q. M., REID, S. R., WEN, H. M., & TELFORD, A. R. (2005). Local impact effects of hard missiles on concrete targets. *International Journal of impact engineering*, 32(1), 224-284.
- LI, S., & LIU, W. K. (2002). Meshfree and particle methods and their applications. *Applied Mechanics Reviews*, 55(1), 1-34.
- LIAO, C.-L., CHANG, T.-P., YOUNG, D.-H. et CHANG, C. S. (1997). Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit. *Int. j. Solids Structures*, 34(31- 32):4087-4100.
- MALVAR, L.J., CRAWFORD, J.E. (1998) Dynamic increase factor for concrete. *Proceedings 28th DoD explosives safety seminar, Orlando, USA*.
- MASUREL, A. (2015). Modélisation mixte éléments discrets/éléments finis de la dégradation des structures en béton armé sous impact sévère. *Thèse de doctorat, Université de Grenoble*.
- MAZARS, J. (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non

linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de doctorat, Université de Paris VI.*

MELLINGER, F. M., & BIRKIMER, D. L. (1966). Measurements of stress and strain on cylindrical test specimens of rock and concrete under impact loading. (No. TR-4-46). OHIO RIVER DIV LABS CINCINNATI.

MESTAT, P., PRAT, M., BISCH, P., MILLARD, A. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1999). Ouvrages en interaction. *Hermes Science Publication.*

NAYROLES, B., TOUZOT, G., & VILLON, P. (1992). Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements. *Computational mechanics*, 10(5), 307-318.

NOVIKOV, S. A., DIVNOV, I. I., & IVANOV, A. G. (1966). The study of fracture of steel, aluminium and copper under explosive loading. *Fizika metallov i Metallovedeniye*, 21(4).

O'CONNOR, R. M. (1996). A distributed discrete element modeling environment: algorithms, implementation and applications. *Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology.*

ODA, M., KONISHI, J., & NEMAT-NASSER, S. (1982). Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials: effects of particle rolling. *Mechanics of materials*, 1(4), 269-283.

OHNO, T., UCHIDA, T., MATSUMOTO, N. et TAKAHASHI, Y. (1992). Local damage of reinforced concrete slabs by impact of deformable projectiles. *Nuclear Engineering and Design*, 138(1):45-52.

OMAR, A., MARIN, P., POTAPOV, S. et DAUDEVILLE, L. (2013). " 3D Discrete Element Modeling Of Concrete: Study Of The Rolling Resistance Effects On The Macroscopic Constitutive Behavior". *XII International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications – COMPLAS XII, Barcelona, Spain 2013.*

OMAR, A., MARIN, P., FORQUIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2014). " Validation of a 3D discrete element model in investigating dynamic tensile behavior of concrete at high strain rates ". *IX International conference on structural dynamics EUROLYN – 2014, Porto PORTUGAL.*

OMAR, A., MARIN, P., POTAPOV, S. et DAUDEVILLE, L. (2015). " Development of a 3D discrete element model for concrete: The use of a moment transfer law for quasi-static behavior modeling". *Mechanics of Materials*, **(article à soumettre)**.

OMAR, A., MARIN, P., FORQUIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2015). " The use of a discrete element method for modeling dynamic tensile behavior of concrete". *Computers and Concrete*, **(article à soumettre)**.

ORTIZ, M. et PANDOLFI, A. (1999). Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44:1267-1282.

Picandet, V. (2001). Influence d'un endommagement mécanique sur la perméabilité et sur la diffusivité hydrique des bétons. *Thèse de doctorat, Université de Nantes.*

PLASSIARD, J.-P., DONZE, F.-V. et PLOTTO, P. (2004). High energy impact on embankments - A numerical discrete approach. *Proc. IX Symposium on Numerical Models in Geomechanics, IX NUMOG Symposium on Numerical Models in Geomechanics Ottawa, 25-27 August, 2004.*

POTYONDY, D., CUNDALL, P. et LEE, C. (1996). Modelling rock using bonded assemblies of circular particles. *In Rock Mechanics Tools and Techniques*, Montréal, Québec, Canada.

RÉTHORÉ, J., GRAVOUIL, A. et COMBESURE, A. (2005). An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63:631-659.

RIERA, J. (1980). A critical reappraisal of nuclear power plant safety against accidental aircraft impact. *Nuclear Engineering and Design*, 57.

ROSSI, P. (1991). A physical phenomenon which can explain the mechanical behaviour of concrete under high strain rates. *Materials and Structures*, 24(6), 422-424.

ROUSSEAU, J., MARIN, P., DAUDEVILLE, L., & POTAPOV, S. (2010). A discrete element/shell finite element coupling for simulating impacts on reinforced concrete structures. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 19(1-3), 153-164.

ROUSSEAU, J. (2009). Modélisation numérique du comportement dynamique de structures sous impact sévère avec un couplage éléments discrets / éléments finis. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.*

SAFA, K. (2008). Mise au point d'un essai de compaction dynamique. Application au béton. *Thèse de Doctorat, LMS, Palaiseau, France.*



- SAWAMOTO, Y., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIBA, N. et MORIKAWA, H. (1998). Analytical studies on local damage to reinforced concrete structures under impact loading by discrete element method. *Nuclear Engineering and Design*, 179:157–177.
- SCHULER, H., MAYRHOFER, C., & THOMA, K. (2006). Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 32(10), 1635-1650.
- SEMBLAT, J. F., & DANGLA, P. (2005). Modélisation de la propagation d'ondes et de l'interaction solstructure: approches par éléments finis et éléments de frontière. *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, (256-257), 163-178.
- SHIU, W. J. (2008). Impact de missiles rigides sur structures en béton armé: analyse par la méthode des éléments discrets. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.
- SIBILLE, L. (2006). Modélisation discrète de la rupture dans les matériaux granulaires. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- SIIRIÄ, S. et YLIRUUSI, J. (2007). Particle packing simulations based on newtonian mechanics. *Powder Technology*, 174(3):82–92.
- SONG, J., & KIM, K. (1996, June). Micromechanical modeling of the dynamic fracture process during rock blasting. In *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts* (Vol. 33, No. 4, pp. 387-394). Pergamon.
- STROEVEN, P. et STROEVEN, M. (1999). Assessment of packing characteristics by computer simulation. *Cement and Concrete Research*, 29(8):1201–1206.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., OHNUMA, H., VON RIESEMANN, W. A., ... & PARKS, M. B. (1993). Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles Part 1. Test program, method and results. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3), 387-405.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., ITOH, C., SHIRAI, K., ... & PARKS, M. B. (1993). Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles Part 2. Evaluation of test results. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3), 407-423.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., ORUI, S., VON RIESEMANN, W. A., ... & PARKS, M. B. (1993). Full-scale aircraft impact test for evaluation of impact force. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3), 373-385.
- SUKUMAR, N., MOËS, N., MORAN, B., & BELYTSCHKO, T. (2000). Extended finite element method for three-dimensional crack modelling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(11), 1549-1570.
- TAKEDA, J. I., & TACHIKAWA, H. (1971). Deformation and fracture of concrete subjected to dynamic load. In *Proceedings of the Conference on Mechanical Behavior of Materials*. (No. Conf Paper).
- TENG, T. L., CHU, Y. A., CHANG, F. A., & CHIN, H. S. (2004). Simulation model of impact on reinforced concrete. *Cement and concrete research*, 34(11), 2067-2077.
- TERRIEN, M. (1980). Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction. *Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées*, 105:65–72.
- TING, J. M., MEACHUM, L. R., KHWAJA, M., ROWELL, J. D., CHIN, W. et MISCHER, G. (1995). Effect of particle shape on the mechanical behavior of granular material: A discrete element study. *Rapport technique, Dept. Of Civil and Environmental Engineering of University of Massachusetts Lowell*.
- TOUTLEMONDE, F. (1994) Résistance au choc des structures en béton : du comportement du matériau au calcul des ouvrages. *Thèse de Doctorat, LCPC, Paris, France*.
- TRAN, V. T. (2011). Structures en béton soumises à des chargements mécaniques extrêmes : Modélisation de la réponse locale par la méthode des éléments discrets. *Thèse de doctorat, Université de Grenoble*.
- VAN VLIET, M. R. A. (2000). Size effect in tensile fracture of concrete and rock. *Thèse de doctorat, Université de Delft*.
- VEGT, I., PEDERSEN, R.R., L.J. SLUYS, WEERHEIJM, J. (2006). Modelling of impact behavior of concrete – an experimental approach. *Proceedings de la conference EURO-C 2006, Mayrhofen, Autriche*.

VU, X. D. (2013). Vulnérabilité des ouvrages en béton sous impact: Caractérisation, modélisation, et validation. *Thèse de doctorat, Université de Grenoble*.

VU, X. H. (2007). Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement: influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment. *Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier*.

WALTON, O. R. (1984). Application of molecular dynamics to macroscopic particles. *Int. J. Engng. Sci.*, 22(8-10):1097–1107.

WASTIELS, J. (1979). Behaviour of concrete under multiaxial stresses—a review. *Cement and Concrete Research*, 9(1), 35-44.

WATSTEIN, D. (1953). Effect of straining rate on the compressive strength and elastic properties of concrete. In *ACI Journal Proceedings* (Vol. 49, No. 4). ACI.

WEERHEIJM, J., REINHARDT, H. W. (1989). Modelling of concrete fracture under dynamic tensile loading. *Fracture of concrete and rock : recent developments, Shah, Swartz & Barr eds., Proc. int. conf. on recent developments in the fracture of concrete and rocks, Cardiff, U.K., 20-22 sept. 1989, Elsevier* pp. 721-728.

ZHAO, H., & GARY, G. (1996). On the use of SHPB techniques to determine the dynamic behavior of materials in the range of small strains. *International Journal of Solids and structures*, 33(23), 3363-3375.

ZIELINSKI, A. J., REINHARDT, H. W. (1982). *Impact stress-strain behaviour of concrete in tension. RILEM CEBIABSEIASS Interassociation Symposium on Concrete Structures under Impact and Impulsive Loading, BAM, Berlin, 2-4 juin 1982*, pp. 112-124.